



Buchi Neri

Danilo Babusci
danilo.babusci@Inf.infn.it

Incontri di Fisica Moderna 2016

Newton

Teoria di **Newton**: velocità di fuga di un corpo di massa m posto sulla superficie di un corpo di massa M e raggio R

$$E = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} m \tilde{v}^2 = G \frac{m M}{R}$$

$$\rightarrow \quad \tilde{v} = \sqrt{\frac{2 G M}{R}}$$

Michell (1783) + **Laplace** (1793): esistono corpi di massa e raggio per i quali la velocità di fuga è $>$ di quella della luce?

$$\text{i.e.} \quad \exists (M, R) \mid \frac{2 G M}{R c^2} \geq 1 \quad ?$$

Newton

in questo caso, nemmeno la luce riuscirebbe a sfuggire dal campo gravitazionale del corpo → **Buco Nero** (BH)

(in seguito, si sospettò che, causa la sua natura ondulatoria, la luce potrebbe essere in grado di sfuggire comunque)

Sebbene la fisica alla base di questo argomento(♦) non sia corretta nel dettaglio, il criterio precedente – compreso il fattore 2 – vale anche nella teoria di **Einstein**

(♦) Questo, spesso citato, argomento newtoniano non stabilisce l'esistenza di un BH definito come oggetto da cui nulla può sfuggire. La velocità di fuga si riferisce alla velocità iniziale con cui tentiamo di volare verso lo spazio esterno. Nel mondo newtoniano, con un razzo dotato di un motore sufficientemente potente, possiamo sfuggire da qualunque corpo massivo.

Unità di Planck

Newton $\rightarrow G$

Einstein $\rightarrow c$

Planck $\rightarrow \hbar$

Osservazione: $[M v^2] = \left[\frac{G M^2}{L} \right] \longrightarrow \left[\frac{G M}{c^2} \right] = L$

G e $c \rightarrow$ misuro le masse in termini di lunghezza (o, tramite c , di tempo), o le lunghezze in termini dell'unità di massa

de Broglie $\rightarrow \left[\frac{\hbar}{M c} \right] = L \longrightarrow \left[\frac{G M}{c^2} \right] = \left[\frac{\hbar}{M c} \right]$

$\longrightarrow \left[\frac{\hbar c}{G} \right] = M^2$

Unità di Planck

Riassumendo: possiamo definire

✓ massa di Planck

$$M_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$$

✓ lunghezza di Planck

$$L_P = \frac{\hbar}{M_P c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$$

✓ tempo di Planck

$$t_P = \frac{L_P}{c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$$

i.e., 3 unità naturali (= definite in termini di costanti universali)
per misurare: tempo, spazio ed energia; modo alternativo di
dire ciò: in queste unità naturali

$$c = 1 \quad G = 1 \quad \hbar = 1$$

Unità di Planck

$$c \simeq 299.7925 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$$

$$M_P \simeq 2.1765 \times 10^{-8} \text{ kg}$$

$$G \simeq 6.6739 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \quad \longrightarrow$$

$$L_P \simeq 1.6162 \times 10^{-35} \text{ m}$$

$$\hbar \simeq 1.0546 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$t_P \simeq 5.3911 \times 10^{-44} \text{ s}$$

massa protone

$$m_p \simeq 1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

raggio Universo

$$L_P = \frac{c}{H_0} \simeq 1.37 \times 10^{26} \text{ m}$$

età Universo

$$t_P = \frac{1}{H_0} \simeq 4.5643 \times 10^{17} \text{ s}$$



$$\frac{M_P}{m_p} \simeq 1.3 \times 10^{19}$$

$$\frac{L_P}{L_H} \simeq 1.2 \times 10^{-61}$$

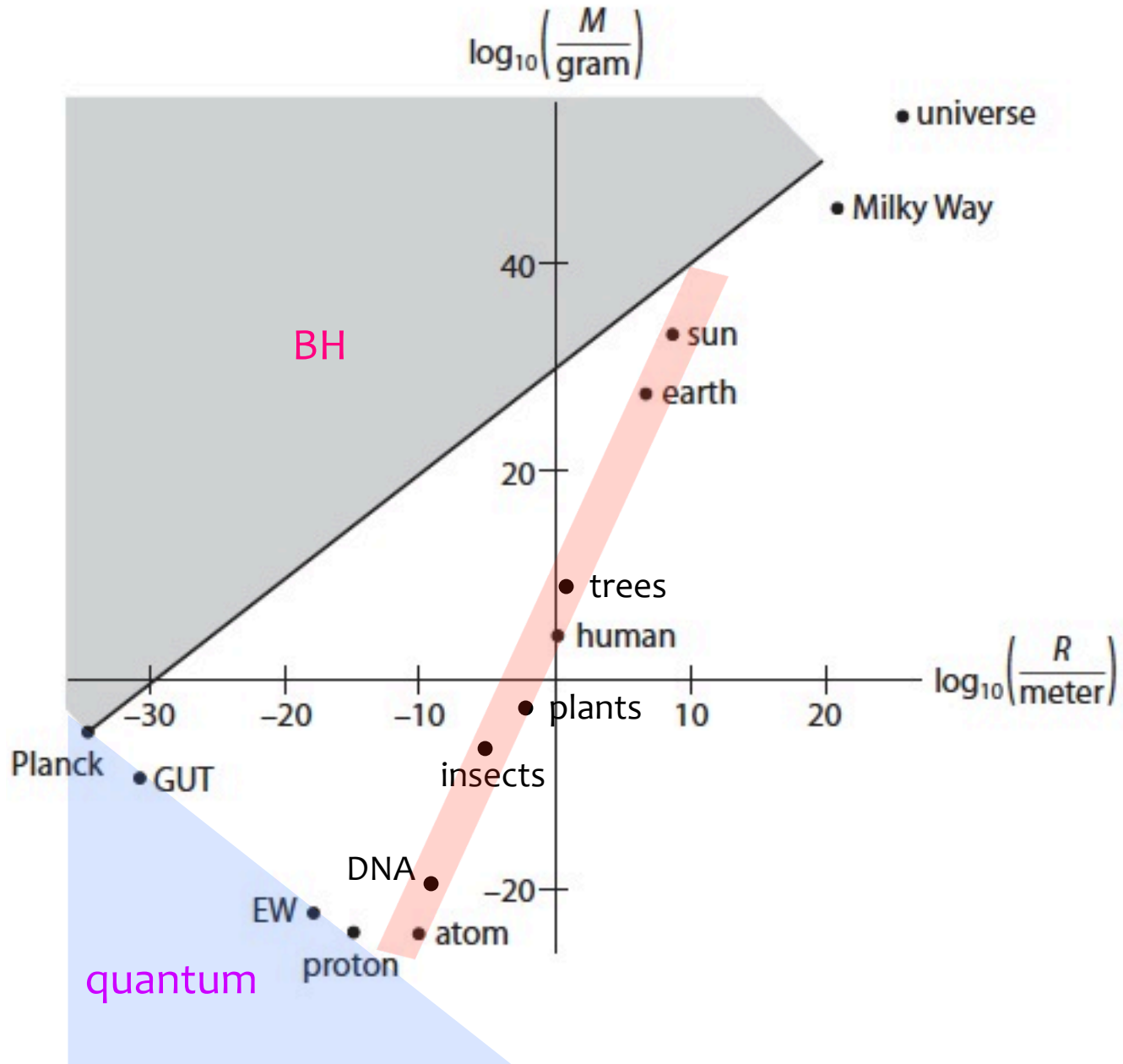
Unità di Planck

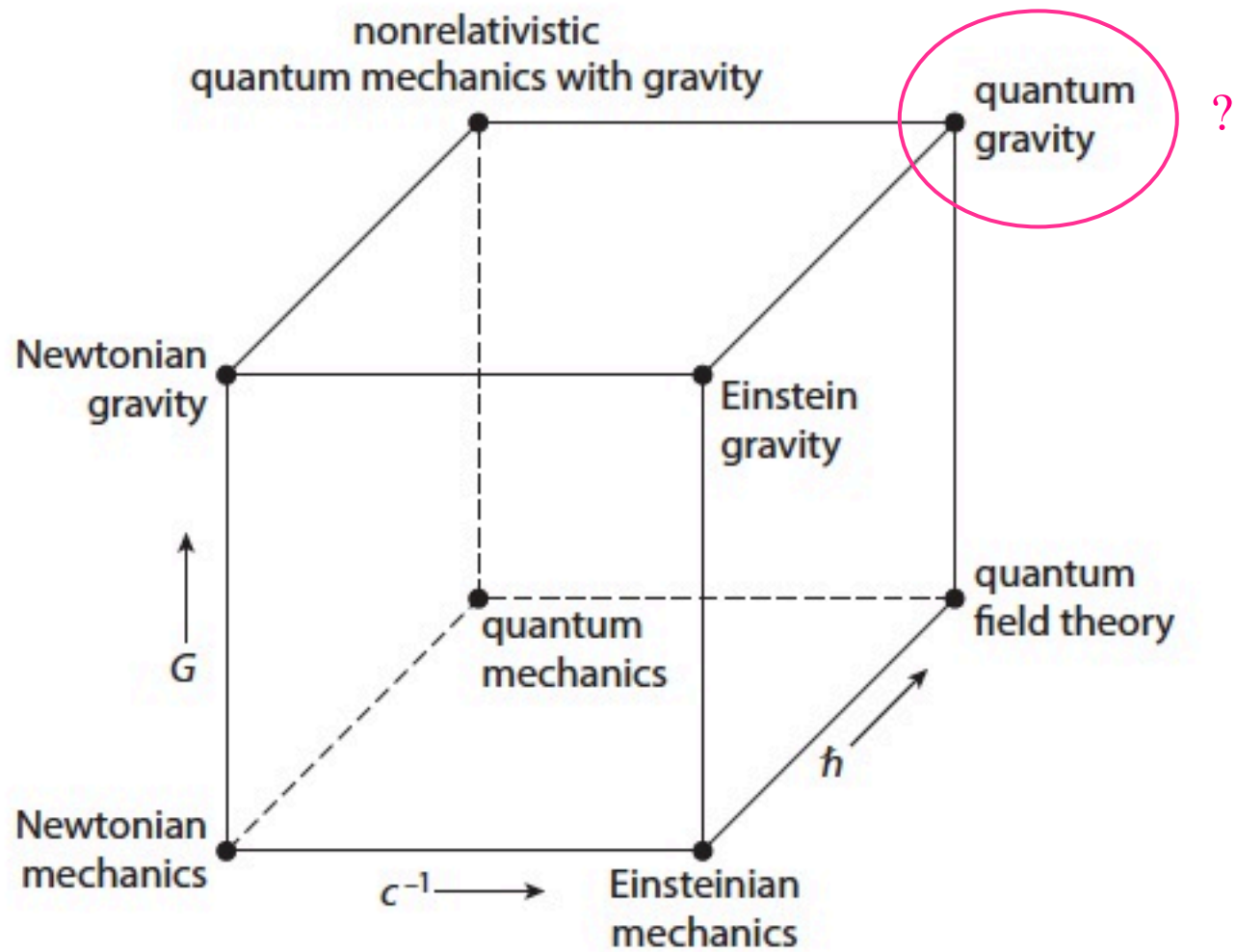
NB – eccessiva grandezza di M_P rispetto scala di massa delle particelle note è riflesso della debolezza della gravità

la natura (che trascende qualunque re inglese o comitato rivoluzionario francese) fornisce delle unità per misurarla → eliminate tutte le unità inventate dall'uomo, utilizzando soltanto 3 costanti naturali, ciascuna associata ad un principio fondamentale

NB –
$$\frac{G M_P}{c^2} = \frac{G}{c^2} \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = L_P$$

i.e., alla scala di Planck: raggio “gravitazionale” = lunghezza d’onda di de Broglie → legame BH - MQ





Breve ripasso ...

- distanza tra punti infinitamente vicini in spazio Euclideo N -dimensionale → teorema di Pitagora

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + \dots + dx_N^2$$

i.e. $ds^2 = \delta_{ik} dx_i dx_k \quad (i, k = 1, \dots, N)$

metrica $\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases}$ i.e. $\delta_{ik} = \text{diag}\{1, 1, \dots, 1\}$

- distanza tra punti infinitamente vicini in spazio pseudoEuclideo $(1, N-1)$ -dimensionale

$$ds^2 = -dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + \dots + dx_{N-1}^2$$

i.e. $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (\mu, \nu = 0, 1, \dots, N-1)$

metrica $g_{\mu\nu} = \text{diag}\{-1, 1, \dots, 1\}$

Schwarzschild

2 mesi dopo pubblicazione delle eq.ni della RG, Schwarzschild le risolve nel caso particolare di massa M localizzata nell'origine in spazio altrimenti vuoto.

Argomento euristico

Massa test $m \ll M$ in caduta libera con velocità radiale istantanea $v \rightarrow$ riferimento in moto con la particella (comovente): coordinate (t', r') \rightarrow metrica di Minkowski:

$$ds^2 = -c^2 dt'^2 + dr'^2$$

Osservatore solidale con riferimento esterno stazionario - coordinate (t, r) - rileva:

Schwarzschild

- ✓ una dilatazione temporale:

$$dt = \gamma dt' = \frac{dt'}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

- ✓ una contrazione spaziale:

$$dr = \frac{dr'}{\gamma} = \sqrt{1 - (v/c)^2} dr'$$

→ $ds^2 = -(1 - v^2/c^2) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{(1 - v^2/c^2)}$

velocità di caduta libera v = velocità di fuga \tilde{v} →

Schwarzschild

$$ds^2 = -f(r) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)}$$

dove: $f(r) = 1 - \frac{r_g}{r}$ $r_g = \frac{2GM}{c^2}$ raggio di Schwarzschild

spazio 3D: traiettoria in coordinate polari (r, θ, ϕ)



$$ds^2 = -f(r) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega^2$$



$$(d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

$$g_{\mu\nu} = \text{diag} \{ -f(r), 1/f(r), r^2, r^2 \sin^2 \theta \}$$

metrica di Schwarzschild

Schwarzschild

Metrica di Schwarzschild dipende soltanto dalla massa M .

Risultato generale: per descrivere un BH, essenzialmente, abbiamo bisogno di specificare soltanto la massa M , la carica elettrica Q e il momento angolare J :

“i buchi neri non hanno peli” (Wheeler).

Stella che collassa in un BH: informazioni quali forma e composizione della stella sono perse nel processo → parametri M , Q e J del BH descrivono suo stato macroscopico, come pressione, volume etc. descrivono lo stato macroscopico di gas.

NB - analogia con termodinamica di un gas non è casuale ...

$$r \neq r_g$$

$$r > r_g$$

$$\rightarrow f(r) > 0 \quad \rightarrow \quad g_{tt} < 0$$

metrica **timelike**: qualunque moto è conforme all'usuale ordinamento causa-effetto

NB - $r_g/r \rightarrow 0$: riottengo metrica di **Minkowski**

$$r < r_g$$

$$\rightarrow f(r) < 0 \quad \rightarrow \quad g_{tt} > 0$$

metrica **spacelike**: coordinata r diviene a tutti gli effetti temporale

$$v > \sqrt{\frac{2GM}{r_g}} = c \quad \longrightarrow \quad \text{buco nero}$$

$$r = r_g$$

$$r = r_g$$

$$\rightarrow f(r) = 0 \quad \Rightarrow \quad g_{tt} \rightarrow 0, \quad g_{rr} \rightarrow \infty$$

che razza di metrica è?

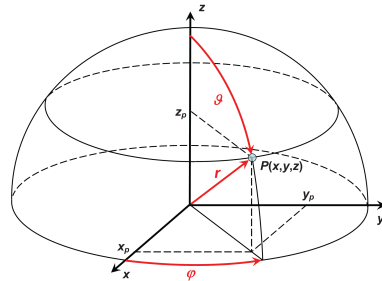
NB – Metrica descrive regione vuota esterna alla sorgente:
non applicabile nella regione occupata dalla
sorgente stessa. Raggio sorgente = L →
comportamento singolare di g_{rr} non desta alcuna
preoccupazione se $L > r_g$; situazione cambia se $L < r_g$
→ nuove e sorprendenti proprietà ...

Comportamento singolare della metrica (componente
nulla o divergente) può emergere per due motivi:

$$r = r_g$$

1. se la geometria dello spaziotempo è singolare
2. per una cattiva scelta del sistema di coordinate

Esempio: metrica della superficie della 2-sfera può essere espressa in termini delle coordinate



$$\mu = \sin \theta$$

$$\phi$$

$$d\mu = \cos \theta d\theta \quad \rightarrow \quad d\theta = \frac{d\mu}{\sqrt{1 - \mu^2}}$$

➔ $ds^2 = r^2 d\Omega^2 = r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (r = \text{cost.})$

$$= r^2 \left(\frac{d\mu^2}{1 - \mu^2} + \mu^2 d\phi^2 \right)$$

$$r = r_g$$

→ divergente in $\mu = \pm 1$!

ma la geometria della 2-sfera è ovunque regolare
→ passaggio a coordinate in cui metrica non è
singolare.

NB – Come distinguo tra i due casi? Costruisco quantità **scalari** a partire dal tensore di curvatura. Poiché scalare ha lo stesso valore numerico in tutti i sistemi di coordinate, se diverge in un sistema lo fa in tutti. Una tale patologia è il segnale del fatto che in un dato evento la geometria diverge.

Se nessuno degli scalari diverge, la geometria non è singolare → esiste, in linea di principio, una trasformazione di coordinate che fa scomparire divergenza.

$$r = r_g$$

Per la metrica di Schwarzschild siamo nel caso 2, i.e., abbiamo **singolarità apparente**: la sua posizione dipende dal sistema di coordinate scelto e non ha alcun significato fisico

Esempio - coordinate **Kruskal-Szekeres**

$$(t, r) \rightarrow (x, y) : \quad x y = \left(\frac{r}{r_g} - 1 \right) e^{r/r_g} \quad \frac{x}{y} = e^{ct/r_g} \quad \clubsuit$$

$$\text{Ln + } \partial \text{ rispetto a } x \text{ e } y \rightarrow \begin{aligned} \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} &= \frac{dr}{r_g (1 - r_g/r)} \\ \frac{dx}{x} - \frac{dy}{y} &= \frac{c dt}{r_g} \end{aligned}$$

Singularità

che inserite nell'elemento di linea di Schwarzschild ★:

$$ds^2 = \frac{4r_g^3}{r} e^{-r/r_g} dx dy + r^2 d\Omega^2$$

i.e., zero e polo a $r = r_g$ sono scomparsi. La funzione $r(x,y)$ regolare in tutto $xy > -1$; niente di speciale accade lungo le rette $x = 0$ e $y = 0$.

$$r = 0$$

$$g_{tt} \rightarrow \infty, \quad g_{rr} \rightarrow 0$$

nella metrica di S.

$$g_{xy} \rightarrow \infty$$

nella metrica di K.S.

singularità fisica ineliminabile (nascosta all'osservazione);
confrontare con quella delle orbite di Keplero per t complesso:
pianeti del sistema solare non sembrano preoccuparsene.

$$r = r_g$$

Orologio in quiete: $dr = d\theta = d\phi = 0 \rightarrow ds^2 = -\left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2$

i.e., il tempo proprio è: $d\tau = \frac{1}{c} \sqrt{-ds^2} = \sqrt{1 - \frac{r_g}{r}} dt$



$$\lim_{r \rightarrow r_g} d\tau = 0$$

$r = r_g$ è superficie a **redshift infinito**: orologio va infinitamente più lento rispetto a uno distante (tempo proprio = t)

Orologio = sorgente di fotoni \rightarrow frequenza = (tempo proprio)⁻¹

$$\begin{array}{l} r : \nu_r = 1/d\tau \\ r \rightarrow \infty : \nu_\infty = 1/dt \end{array} \quad \rightarrow \quad \frac{\nu_\infty}{\nu_r} = \sqrt{1 - \frac{r_g}{r}}$$

fotone emesso da sorgente sulla superficie $r = r_g$ rimane lì

$$r = r_g$$

Fotone che si muove radialmente: $ds^2 = 0$, $d\Omega = 0$



$$\frac{dr}{dt} = \pm c \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)$$

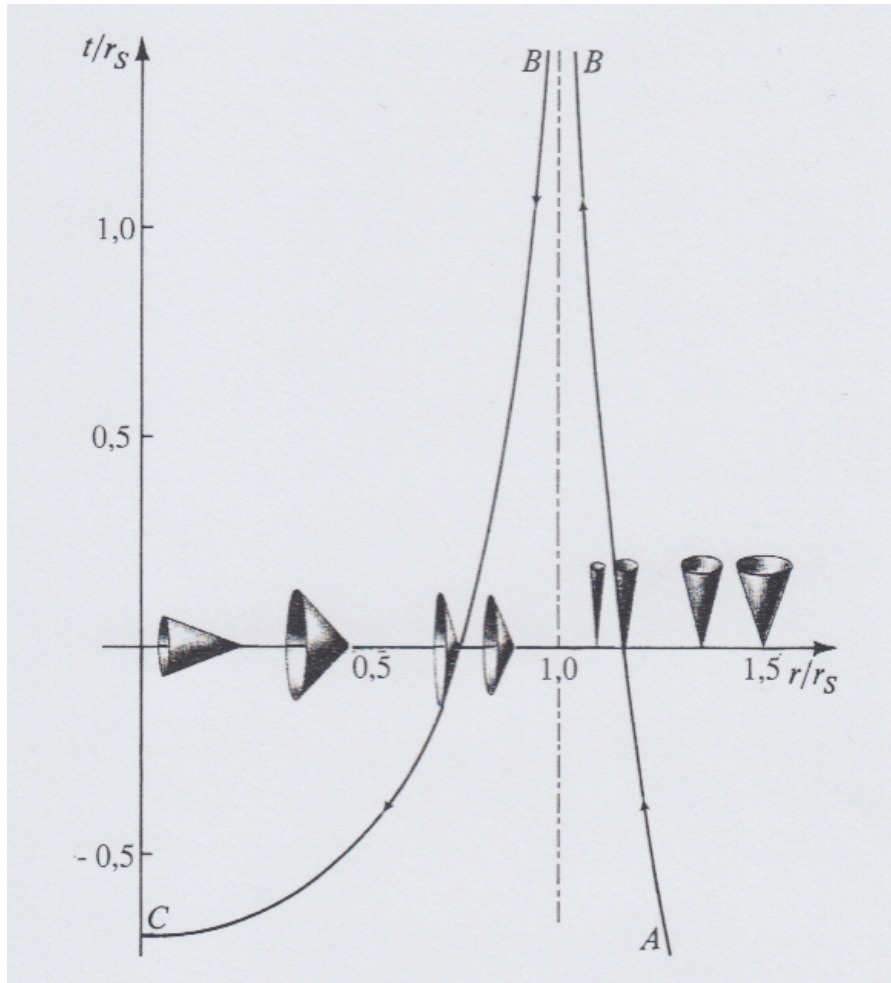


NB: - entrante
+ uscente

moto verso BH (-) → cono di luce

- $r \rightarrow \infty$ → $\frac{dr}{dt} = -c$ usuale
- $r \in (r_g, +\infty)$ → $\left|\frac{dr}{dt}\right| < c$ apertura $< 45^\circ$
- $r = r_g$ → $\frac{dr}{dt} = 0$ velocità = 0 → degenera in retta
- $r \in (0, r_g)$ → $\frac{dr}{dt} > c$ $t \leftrightarrow r \rightarrow$ asse lungo asse r

Coni di luce



$ABBC$ è linea d'universo (ottenuta integrando ♠) di segnale luminoso che viaggia verso il BH

Orizzonte

- ❖ nella regione $r < r_g$ la quantità dt/dr fornisce ciò che normalmente chiameremmo “velocità”, i.e. il rapporto tra incremento spaziale e temporale
- ❖ ogni specie di segnale deve viaggiare lungo direzione dello spaziotempo all'interno del cono di luce: nella regione $r < r_g$ questi sono orientati verso $r = 0 \rightarrow$ ogni segnale è spinto verso questo punto \rightarrow superficie $r = r_g$ è un **orizzonte** qualunque cosa accada all'interno dell'orizzonte potrebbe essere fisicamente irrilevante in quanto informazione interna non può essere inviata verso l'esterno usando la luce

NB - in generale, orizzonte si forma quando $g_{tt} \rightarrow 0$
in modo sufficientemente veloce.

Orizzonte

- ❖ $r \rightarrow r_g^+$: $dr/dt \rightarrow 0 \rightarrow$ segnale impiega un tempo ∞ per raggiungere l'orizzonte: dal punto di vista di osservatore a grande distanza dal BH (con orologio che segna t) il segnale non raggiungerà mai l'orizzonte

Astronauta in caduta libera vicino a $r = r_g \rightarrow$ velocità segnale = c : segnale e astronauta cadono entrambi nel BH in un tempo proprio finito.

Per osservatore all' ∞ , astronauta “rallentato” nei movimenti al pari della vibrazione della luce che esso emette.

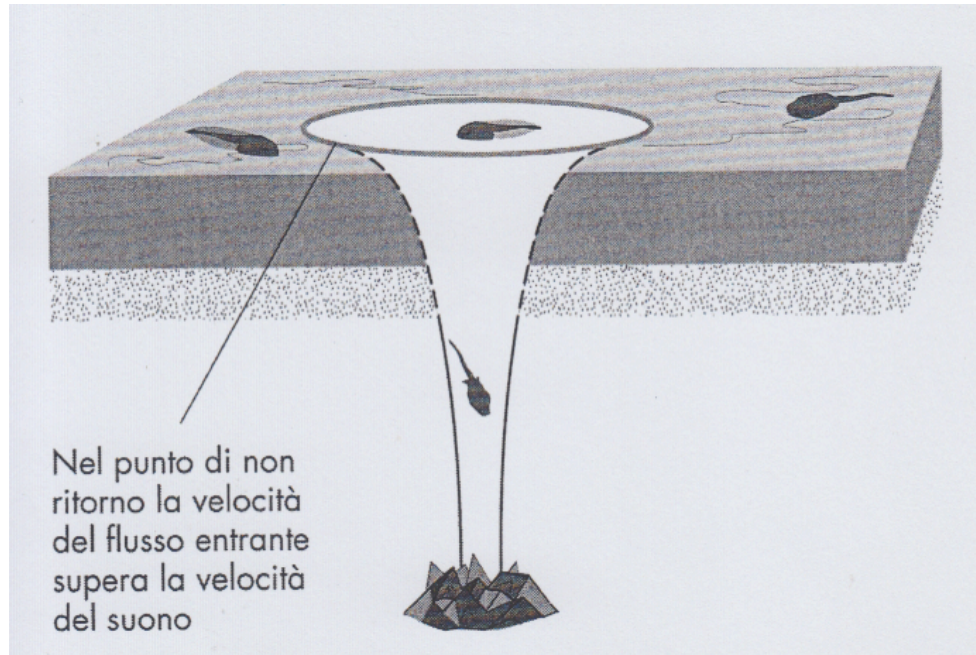
Una volta entro orizzonte, astronauta finirà (in un tempo abbastanza breve) distrutto dalla singolarità in $r = 0$. Neanche il razzo più potente può resistere alla gravità di un BH

Analogia idraulica

Lago infinito e poco profondo (~ 1 m), nel quale vivono piccoli pesci ciechi che utilizzano il sonar per localizzare gli oggetti e comunicare tra loro. Esiste regola inviolabile: nell'acqua **nulla può muoversi a una velocità superiore di quella del suono**. I pesci si muovono molto più lentamente del suono, per cui, in pratica, il limite di velocità è ininfluenza.

Pericolo: buco attraverso cui l'acqua finisce in una caverna sotterranea con rocce mortalmente acuminate. Lontano dal buco il movimento è così lento da essere appena percepibile, ma avvicinandosi a esso l'acqua acquista velocità fino a eguagliare quella del suono nei pressi del buco stesso, e superarla procedendo verso l'interno.

Analogia idraulica



velocità acqua = velocità suono \rightarrow punto di non ritorno: una volta superato, non c'è più nulla da fare; nulla può viaggiare con velocità $>$ di quella del suono, il pesce non può più

risalire la corrente, né, tantomeno, avvertire gli altri pesci

\rightarrow esempio di **buco nero acustico**: da esso non può uscire alcun suono (**Unruh**).

Analogia idraulica

Pesci percepiscono solo ambiente liquido che li circonda, e non sanno mai con quale velocità si stanno muovendo: tutto ciò che si trova nelle loro vicinanze è trascinato dall'acqua alla stessa velocità. Quando inavvertitamente oltrepassano il punto di non ritorno, non notano nulla di insolito: non c'è alcuna sirena che li metta in guardia, nessun ostacolo che li fermi. Un attimo prima tutto sembra andare per il meglio; l'attimo dopo è la stessa cosa → **attraversare il punto di non ritorno è un evento irrilevante.**

Trasportato dalla corrente, il pesce **A** si muove in direzione dello scarico e manda un messaggio al suo amico **B** che si trova a grande distanza. Il messaggio è una nota musicale: un "do" centrale alla frequenza di 262 Hz.

Analogia idraulica

Finquando **A** è lontano dallo scarico, il suo moto è pressoché impercettibile: **B** ascolta il messaggio e sente un “do” centrale. Ma via via che **A** acquista velocità, per effetto Doppler la frequenza del suono che giunge alle orecchie di **B** si abbassa: il “do” diviene prima un “si” e poi un “la”.

La nota emessa molto vicino al punto di non ritorno impiega un tempo estremamente lungo per allontanarsi: il flusso dell’acqua annulla quasi completamente il moto dell’onda sonora, arrivando quasi a fermarla. Ben presto la frequenza diviene così bassa che per **B** diventa impossibile udirla senza ricorrere ad apparecchiature speciali.

Analogia idraulica

B potrebbe disporre di dispositivi che, a partire dalle onde sonore ricevute da **A**, consentono di elaborare un'immagine di **A** durante il suo viaggio; ma le onde sonore impiegano sempre più tempo a raggiungerlo → **B** vede un'immagine di **A** rallentare: non solo il suono si abbassa di frequenza, ma anche il movimento della coda di **A** progressivamente rallenta, fin quasi a fermarsi: l'ultima onda intercettata sembra aver impiegato un'eternità per raggiungerlo → a **B** sembra che **A** impieghi un'eternità per raggiungere il punto di non ritorno.

A, invece, non nota niente di particolare: attraversa il punto di non ritorno senza percepire alcunché di strano; solo quando viene trascinata nello scarico si accorge del pericolo.

Analogia idraulica

Punto di non ritorno è l'analogo dell'**orizzonte degli eventi di un BH**. Sostituendo la luce al suono (nulla va più veloce della luce), abbiamo una descrizione piuttosto accurata delle proprietà di un BH di **Schwarzschild**. Come per lo scarico, tutto ciò che oltrepassa l'orizzonte non può sfuggire, o rimanere fermo. Nel BH il pericolo è rappresentato non dalle rocce ma dalla singolarità centrale: la materia all'interno dell'orizzonte cadrà verso la singolarità, dove verrà compressa a pressioni e densità infinite.

Analogia idraulica consente di chiarire molti degli aspetti paradossali dei BH. Ad esempio, invece di pesci consideriamo astronauti in prossimità dell'orizzonte di un BH

Orizzonte di un BH

Bruno è all'interno di astronave che orbita a distanza di sicurezza dal BH; **Anna** sta cadendo verso l'orizzonte e tramite un laser invia segnali luminosi verso **Bruno**.

Mentre **Anna** cade, **Bruno** vede la luce del laser virare dal blu al rosso, quindi all'infrarosso, alle microonde e infine alle onde radio di grande lunghezza d'onda; la stessa **Anna** sembra rallentare sempre di più nei movimenti, fino quasi a fermarsi. **Bruno** non la vedrà mai superare l'orizzonte: per lui **Anna** impiega un tempo infinito per raggiungere il punto di non ritorno. Nel proprio sistema di riferimento, **Anna**, invece, oltrepassa l'orizzonte, ma non avverte nulla se non quando si avvicina alla singolarità.

Orizzonte di un BH

Attraversata la singolarità, **Anna** non ha scampo, ma, come il pesce **A** nel lago, ha ancora un po' di vita prima di essere distrutta dalla singolarità. Quanto vive? Dipende dalla massa **M** del buco nero. Maggiore è **M**, più è grande il raggio di **Schwarzschild**, quindi la distanza di questo dalla singolarità centrale → maggiore è il tempo che rimane ad **Anna**.

BH di massa = M_{\odot} → $r_g \sim 3 \text{ km}$ → ad **Anna**, supponendo giunga a muoversi alla velocità della luce, rimarrebbero circa $10 \mu\text{s}$ di vita. BH al centro di una Galassia → $M = 10^9 M_{\odot}$: ad **Anna** resta circa mezz'ora.

Secondo **Bruno**, **Anna** non arriverà neppure a raggiungere l'orizzonte. Chi ha ragione? **Anna** arriva o no all'orizzonte? Cosa accade davvero? **Esiste un davvero?**

Orizzonte di un BH

NB – Analogia del lago presenta alcuni limiti. Ad es., quando oggetto cade dentro un BH, la massa di questo aumenta → aumenta raggio di **Schwarzschild**: l'orizzonte si espande. Per descrivere questo effetto dovremmo immaginare che allo scarico sia attaccata una pompa con cui controllare il flusso: ogni volta che qualcosa cade nello scarico, la pompa aumenta la sua potenza, aumentando la velocità del flusso e quindi la distanza del punto di non ritorno dallo scarico → modello più complicato.

Nonostante le sue proprietà esotiche, non è nella singolarità che risiedono i misteri più profondi dei BH. Essa non ha nulla di paradossale in confronto all'orizzonte degli eventi. Niente, in fisica moderna, ha creato più confusione della domanda: **cosa accade alla materia che attraversa l'orizzonte degli eventi?**. Qualunque sia la vostra risposta, è probabilmente sbagliata.

Entropia

Wheeler - in orbita attorno a un buco nero, con una tazza di caffè caldo: gettiamo la tazza nel buco nero.

Modo di pensare tradizionale: la tazza e l'entropia in essa contenuta spariranno oltre l'orizzonte → diminuisce l'entropia dell'universo → aggirato il secondo principio della termodinamica.

possibile che sia così facile violare una legge fondamentale come il secondo principio?

Bekenstein: secondo principio è troppo radicato nelle regole della fisica per poterlo sacrificare così → unica possibilità per evitare questa sciagura è che i **buchi neri abbiano essi stessi un'entropia**.

Entropia

Qual è il ragionamento di **Bekenstein**?

Entropia \iff **Energia**: entropia ha a che fare con il numero di configurazioni di qualcosa, e quel qualcosa ha comunque una energia; potremmo dire che l'entropia conta i modi possibili di disporre bit d'energia.

tazza di caffè nel buco nero \rightarrow aumenta l'energia \rightarrow aumento della massa e delle dimensioni del buco nero

se i buchi neri hanno un'entropia che cresce con la massa, aumento d'entropia potrebbe compensare la perdita subita all'esterno a causa della scomparsa della tazza.

Entropia

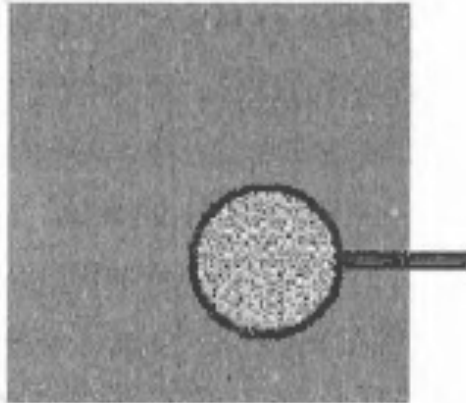
Idea sconvolgente: l'entropia conta le configurazioni alternative → ma di che cosa, in questo caso?

se l'orizzonte di un BH è “glabro”, cosa c'è da contare? un BH dovrebbe avere entropia nulla → **Wheeler** (“buchi neri non hanno peli”) in contraddizione con **Bekenstein**.

la contraddizione è solo apparente

Esempio - Sparpagliate a caso pixel bianchi e neri sullo schermo del vostro computer: colorerete lo schermo di un grigio tanto più uniforme quanto più piccoli sono i pixel. A questo punto, il numero di modi in cui potremmo cambiare la disposizione dei puntini senza accorgercene – a meno di usare una lente d'ingrandimento – è enorme.

Entropia



compresenza di apparente uniformità ed entropia elevata è un'indicazione importante, perché implica che il sistema – qualunque esso sia – deve essere costituito da un numero molto grande di oggetti microscopici che:

- sono troppo piccoli per essere visti;
- possono essere ricombinati in molti modi senza cambiare l'aspetto del sistema.

Entropia



generalizzazione del secondo principio:

quando la materia cade in un BH, l'aumento dell'entropia di questo compensa o eccede l'entropia “perduta” della materia

i.e.

$$\Delta S_{\text{BH}} + \Delta S_{\text{ext.}} \geq 0$$

Hawking: in ogni interazione che coinvolge buchi neri (e.g., fusione di due con formazione di uno più grande) **la somma delle aree dei buchi neri non può diminuire**



ipotesi di **Bekenstein:** **entropia di un buco nero ha a che fare con l'area del suo orizzonte**

Entropia

Argomento di **Bekenstein**: semplice, bello e rivoluzionario

Domanda: quanto cambia il raggio di un BH se ci cade dentro un singolo bit?

Come si fa ad aggiungere un solo bit? Gettiamo nel BH una particella elementare, e.g. un **fotone**. Anche un solo fotone, però, può trasportare più di un bit (se sappiamo dove il fotone attraversa l'orizzonte, abbiamo parecchia informazione).

Idea: richiediamo che la posizione del fotone sia la più indeterminata possibile, compatibilmente con l'ingresso nel BH → **lunghezza d'onda ~ raggio di Schwarzschild**

Entropia

→ energia del fotone da un bit:

$$dE = \frac{hc}{\lambda} = \frac{2\pi\hbar c}{r_g}$$

→ aumento di massa del buco nero:

(BH con $M = M_\odot \rightarrow dM \sim 10^{-45} \text{ kg}$)

$$dM = \frac{dE}{c^2} = \frac{2\pi\hbar}{c r_g}$$

→ aumento raggio orizzonte:

(BH con $M = M_\odot \rightarrow dr_g \sim 10^{-72} \text{ m}$)

$$dr_g = \frac{2G}{c^2} dM = \frac{4\pi\hbar G}{c^3 r_g}$$

→ aumento area orizzonte:

$$dA = 4\pi dr_g^2 = 8\pi r_g dr_g = 32\pi^2 \frac{\hbar G}{c^3}$$

i.e.

$$dA \propto L_P^2$$

NB – argomento qualitativo

→ coefficiente indeterminato

Entropia

aggiunta di un bit d'informazione fa crescere la superficie dell'orizzonte degli eventi di una quantità proporzionale all'area di Planck

nei principi della MQ e della RG c'è un misterioso legame tra gli indivisibili bit d'informazione e l'elemento di superficie alla scala di Planck

immaginiamo di costruire il BH un bit alla volta: quando è finito, l'area dell'orizzonte sarà uguale al numero totale di bit di informazione nascosti al suo interno, i.e.

Informazione = Area

Temperatura

perché nessuno crede a questo risultato? poiché BH ha massa (= energia), se ha anche entropia deve avere una temperatura:

temperatura = aumento d'energia di un sistema a cui si è aggiunto un bit d'informazione

$T = dE / dS \rightarrow$ BH deve emettere radiazione con spettro termico di Planck corrispondente a questa temperatura.

Com'è possibile? Nulla può sfuggire dall'orizzonte di un BH

Lunghezza d'onda della radiazione termica \rightarrow unica scala di distanza presente nel problema è r_g

$$\lambda \sim r_g \quad \rightarrow \quad E = 2\pi\hbar\frac{c}{\lambda} \sim \frac{\pi\hbar c^3}{GM}$$

Temperatura

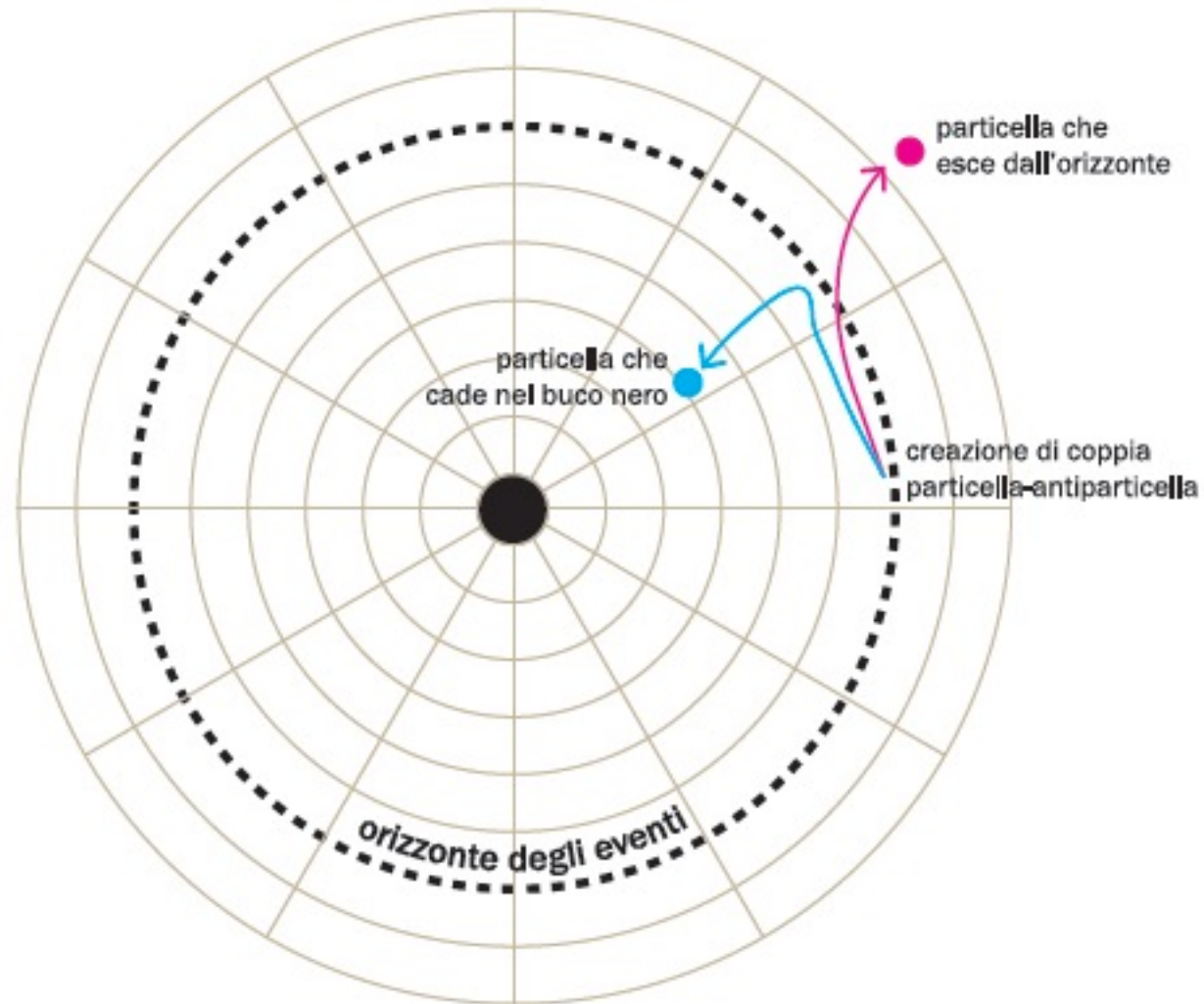
➔ $E = k_B T \quad \rightarrow \quad T \propto \frac{\hbar c^3}{k_B G M}$

argomento grossolano: calcolo rigoroso richiede **QFT**

Hawking: studio del comportamento dei campi quantistici vicino all'orizzonte di un BH → fluttuazioni quantistiche del vuoto → creazione coppie di fotoni virtuali: se uno dei due cade oltre l'orizzonte, l'altro diviene reale e si allontana dall'orizzonte → emissione di radiazione → BH ha una **temperatura**

$$T_{\text{BH}} = \frac{1}{8\pi} \frac{\hbar c^3}{k_B G M}$$

Temperatura



Temperatura

formula di **Hawking** è il singolo risultato più importante che connette i principi della **MQ** con la **RG**.

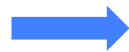
NB – orizzonte di un BH emette radiazione verso l'esterno →
BH evaporano fino a scomparire: in quanto tempo?

$$\frac{d(M c^2)}{dt} = \mathcal{L}$$

Stefan-Boltzmann: $\mathcal{L} = \sigma A T^4$

$$\sigma = \frac{\pi^2}{60} \frac{k_B^4}{\hbar^3 c^2}$$

$$A = 4 \pi r_g^2 = 16 \pi \frac{G^2 M^2}{c^4}$$



$$\mathcal{L} = \alpha \mathcal{L}_E \left(\frac{M_P}{M} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{1}{15360 \pi}$$

$$\mathcal{L}_E = \frac{c^5}{G} \simeq 3.63 \times 10^{52} \text{ W}$$

Temperatura

$$\rightarrow c^2 M^2 dM = \alpha \mathcal{L}_E M_P^2 dt \quad \rightarrow \quad t = \frac{M^3}{3} \frac{c^2}{\alpha \mathcal{L}_E M_P^2} = \frac{1}{3} \frac{M c^2}{\mathcal{L}}$$

$$\mathcal{L} \simeq \frac{1}{15360 \pi} \frac{3.63 \times 10^{52} \times (2.18 \times 10^{-8})^2}{M^2} \simeq \frac{3.58 \times 10^{32}}{M_\odot^2} \left(\frac{M_\odot}{M} \right)^2 \text{ W}$$

$$M_\odot \simeq 1.99 \times 10^{30} \text{ kg} \quad \longrightarrow \quad \mathcal{L} \simeq 9 \times 10^{-29} \left(\frac{M_\odot}{M} \right)^2 \text{ W}$$

Esempio: $M = 10 M_\odot \quad \rightarrow \quad \mathcal{L} \simeq 9 \times 10^{-31} \text{ W}$

$$\longrightarrow T = \frac{1}{8 \pi} \frac{c^2}{k_B} \frac{M_P^2}{M} \simeq \frac{1}{8 \pi} \frac{(3 \times 10^8)^2}{1.38 \times 10^{-23}} \frac{(2.18 \times 10^{-8})^2}{(10 \times 1.99 \times 10^{30})} \simeq 6.2 \text{ nK}$$

Temperatura

→
$$t = \frac{1}{3} \frac{M c^2}{\mathcal{L}} = \frac{(10 \times 1.99 \times 10^{30}) (3 \times 10^8)^2}{3 \times (9 \times 10^{-31})} \simeq 6.6 \times 10^{77} \text{ s}$$

1 anno $\simeq \pi \times 10^7$ s → $t \simeq 2 \times 10^{70}$ anni

NB – età dell'universo = 10^{14} anni

espressione per T_{BH} → espressione per S_{BH}

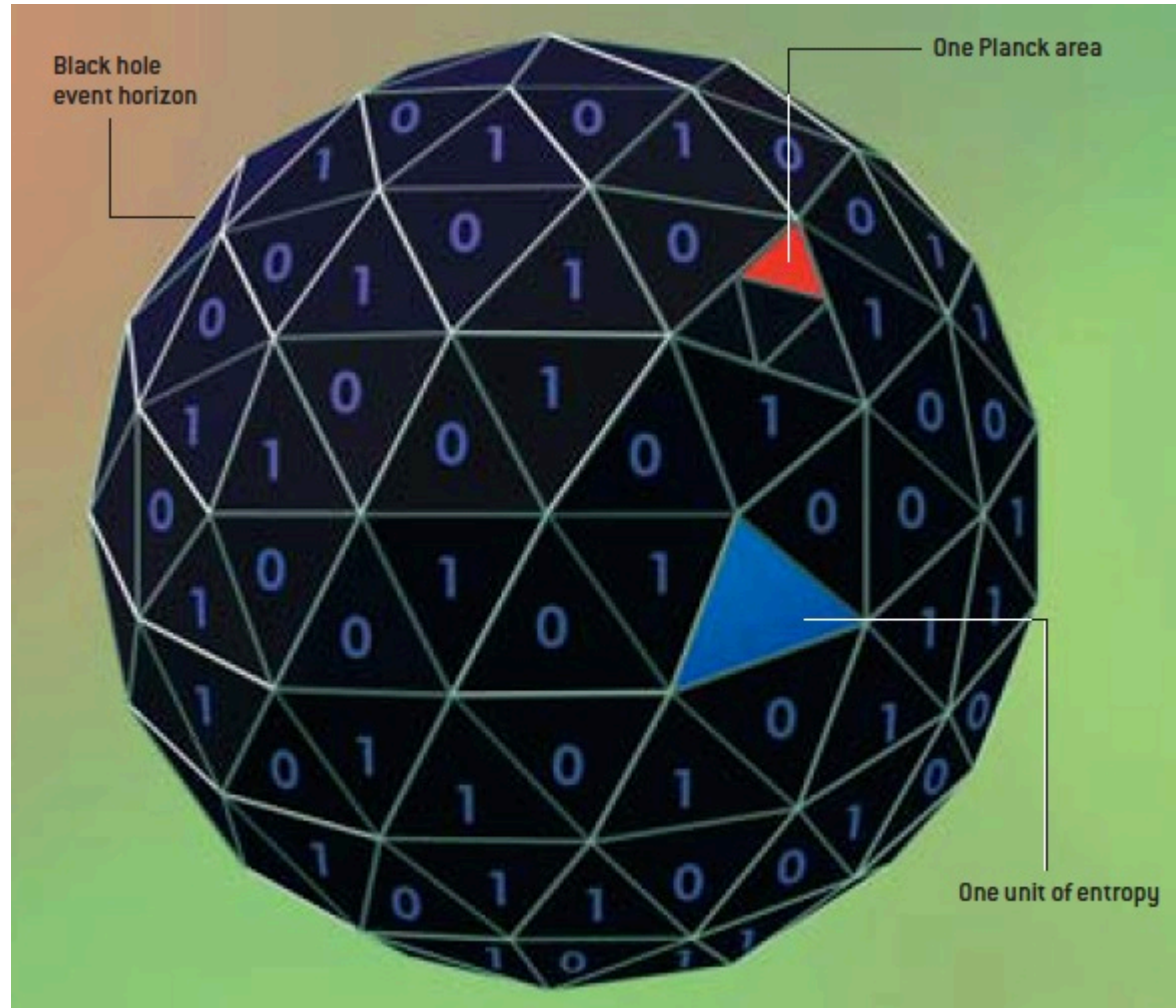
$$\begin{aligned} \frac{S}{k_B} &= \int_0^{M_{\text{BH}}} \frac{d(M c^2)}{k_B T(M)} = c^2 \frac{8 \pi G}{\hbar c^3} \int_0^{M_{\text{BH}}} dM M \\ &= 4 \pi \frac{G}{\hbar c} M_{\text{BH}}^2 = \pi \left(\frac{2 G M_{\text{BH}}^2}{c^2} \right)^2 \frac{c^3}{G \hbar} = \pi \frac{r_g^2}{L_P^2} = \frac{1}{4} \frac{4 \pi r_g^2}{L_P^2} \end{aligned}$$

il coefficiente che Bekenstein non è riuscito a calcolare è $1/4$

Entropia

calcolo rigoroso
(QFT)

$$S_{\text{BH}} = \frac{1}{4} \frac{A}{L_P^2}$$



Entropia

NB – Perché fattore $1/4$ nella relazione tra entropia e area
Perché la lunghezza di Planck è definita male: se
eseguimo sostituzione $L'_P = 2L_P$, otteniamo $S = A/L'_P{}^2$,
i.e., **1 bit per area di Planck**

– Entropia è più importante della temperatura: espressione
di T è indipendente dalla descrizione della gravità, mentre
quella di S contiene informazione sulla teoria adottata.

Teoria di **Einstein**: $S \propto A$; in teorie alternative la relazione tra
entropia e area è più complicata (**Wald**)

Entropia + **Temperatura** → **Gravità** deve avere a che
fare con la **Termodinamica**

Gravità & Termodinamica

RG predice esistenza di orizzonti → osservatori:

- non hanno accesso a informazioni da certe regioni dello spaziotempo
- percepiscono spaziotempo come caldo

NB – non solo BH: anche osservatore che accelera nello spazio vuoto ha orizzonte e si vede immerso in un bagno termico con $T \propto a$ (Davies & Unruh): $a = g \rightarrow T = 10^{-65} \text{ K}$

Boltzmann: possibilità di riscaldare un corpo deriva dal fatto che esso possiede dei gradi di libertà interni che consentono di immagazzinare energia e scambiarla con l'esterno, i.e. **se può essere scaldato, possiede una microstruttura**

Gravità & Termodinamica

Non c'è bisogno di sondare la materia alla scala dell'angstrom per capire che la materia è fatta di **atomi**: lo dice il fatto che la materia può essere scaldata

Esistenza degli **atomi** lascia chiara firma anche alle più grandi scale macroscopiche sotto forma di **temperatura** e **calore** → si possono anche contare il n. di atomi utilizzando variabili puramente macroscopiche: teorema di **equipartizione**

$$N = \frac{E}{(1/2) k_B T}$$

variabile priva di significato nel limite continuo

variabili che hanno significato solo nel limite continuo

Gravità & Termodinamica

→ anche spaziotempo deve possedere gradi di libertà microscopici responsabili del suo comportamento termico: **atomi di spaziotempo**



al pari dell'elasticità dei corpi e della dinamica dei gas, la gravità è un fenomeno **emergente**: la descrizione dello spaziotempo in termini di metrica emerge a scale grandi rispetto alla lunghezza di Planck

metrica, curvatura, etc. usate in **RG** sono come densità, velocità, etc. nella meccanica dei fluidi, con nessun significato microscopico

Gravità & Termodinamica

Analogia

- ✓ cambiamenti nei parametri fisici di un gas (e.g., volume) → cambiamento nel contenuto di calore e nell'energia interna regolato da prima legge della termodinamica
- ✓ variazione nella posizione di un orizzonte → cambiamento nella dinamica dello spaziotempo regolato da eq.ni di Einstein

corrispondenza tra variabili gravitazionali e variabili termodinamiche → equazioni di Einstein si riducono alla prima legge della termodinamica

Gravità & Termodinamica

Analogia

- ✓ Termodinamica: all'equilibrio l'entropia è massima
- ✓ Massimizzazione espressione matematica dell'entropia di una regione di spaziotempo → eq.ni che governano la dinamica dello spaziotempo per ampia classe di modelli della gravità, inclusa la RG



spaziotempo obbedisce alle eq.ni di Einstein perché gli atomi di spaziotempo massimizzano l'entropia

Gravità & Termodinamica

Questi risultati corroborano la realtà degli atomi di spaziotempo



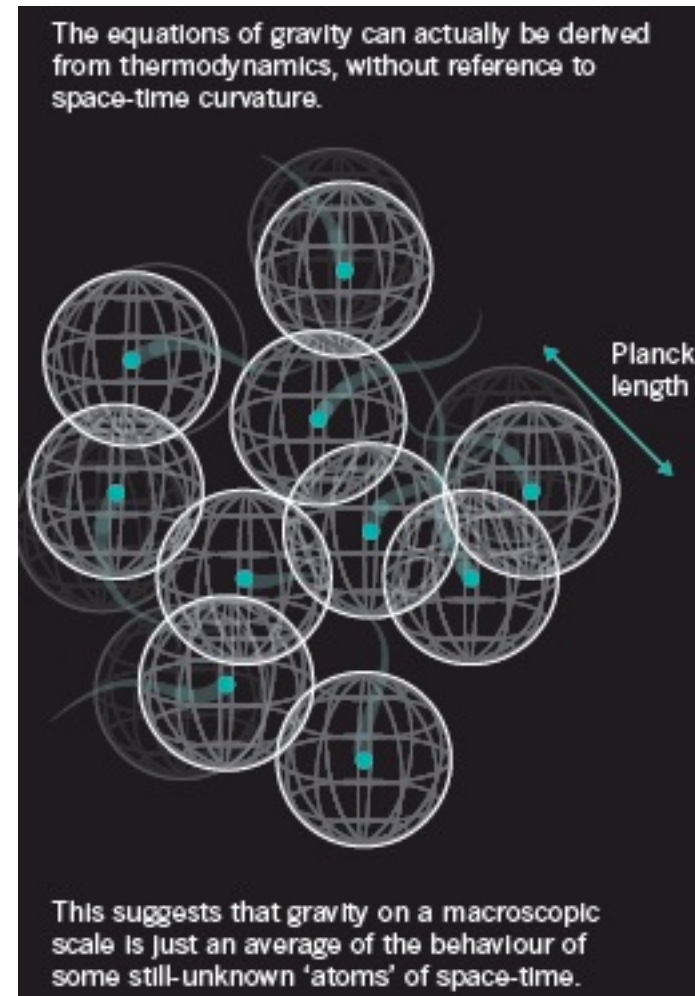
Possibile determinare la densità di questi atomi a partire dalla dinamica macroscopica? i.e., teorema di equipartizione vale anche per lo spaziotempo? **Sì**, per ampia classe di modelli della gravità ([Padmanabhan](#))

NB – differenza cruciale tra sistema gassoso e gravità: nel primo i gradi di libertà risiedono nel volume; nel caso della gravità, i gradi di libertà rilevanti di una certa regione risiedono sulla sua superficie → **olografia** (cfr. [avanti](#))

Gravità & Termodinamica

La connessione **gravità-termodinamica** è una realtà fisica.

Siamo nella stessa situazione di **Boltzmann**: non abbiamo evidenza diretta degli atomi di spaziotempo, ma, grazie alla descrizione termodinamica, possiamo dire molto su di essi.



Gravità & Termodinamica

- Se l'idea dell'**emergenza** è corretta, maggior parte dei tentativi di quantizzare le eq.ni di **Einstein** destinati all'insuccesso: come scoprire la fisica atomica quantizzando le equazioni dell'elasticità → cambio di paradigma
- Mentre **cinematica gravitazionale** (cos'è la gravità e come influenza la materia) emerge dal **P.d'E.**, **dinamica gravitazionale** (come la materia produce la gravità) NO: per le eq.ni di **Einstein** manca un principio altrettanto elegante da cui ricavarle.

Connessione **gravità-termodinamica** cura il problema: cosa hanno in comune **spaziotempo** e **materia**? **entrambi possono essere caldi!** entrambi hanno proprietà termodinamiche e le eq.ni di **Einstein** descrivono il loro bilancio termico

Paradosso dell'Informazione

gedanken experiment di **Wheeler**: entropia associata alla tazza di caffè caldo è assorbita dal BH, ma che fine fa l'informazione codificata nelle proprietà degli atomi del sistema?

è contenuta nei prodotti dell'evaporazione, anche in forma disordinata, oppure è perduta per sempre oltre l'orizzonte?

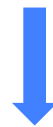
La risposta di **Hawking** è **affermativa** ... “*Dio non solo gioca a dadi, ma qualche volta li getta dove non si possono vedere*”, ovvero in un buco nero

Ma se l'informazione va perduta, la **MQ** crolla. A dispetto del **Principio d'Indeterminazione**, il comportamento delle particelle è regolato in modo preciso: è sempre reversibile

Paradosso dell'Informazione

collisione tra particelle → assorbimento, deflessione, trasformazione, ma sempre possibile ricostruire configurazione iniziale delle particelle a partire dai prodotti finali della collisione

se questa regola venisse violata l'energia potrebbe essere creata o distrutta: la legge di conservazione dell'energia è assicurata dalla struttura matematica della MQ, che garantisce anche la reversibilità: se perdo una, perdo anche l'altra → perdita di informazione in un BH porta alla generazione di enorme quantità d'energia



❖ Hawking: le leggi della MQ devono essere modificate

Paradosso dell'Informazione

Ma ...

temperatura dell'orizzonte dipende dal punto in cui si misura

Astronauta dotato di termometro che orbita nelle vicinanze dell'orizzonte di un BH. A grande distanza dall'orizzonte il termometro registra una T data dalla formula di **Hawking** (i.e., qualcosa dell'ordine del nK).

Astronauta cala termometro verso l'orizzonte → lettura del termometro corrisponde a una T via via più alta:

- $d = 1 \text{ cm} \rightarrow T \sim 1 \text{ mK}$
- $d = 10^{-13} \text{ cm} \rightarrow T \sim 10^7 \text{ K}$

... fino a che la temperatura diviene così alta che nessun termometro potrà misurarla ...

Paradosso dell'Informazione

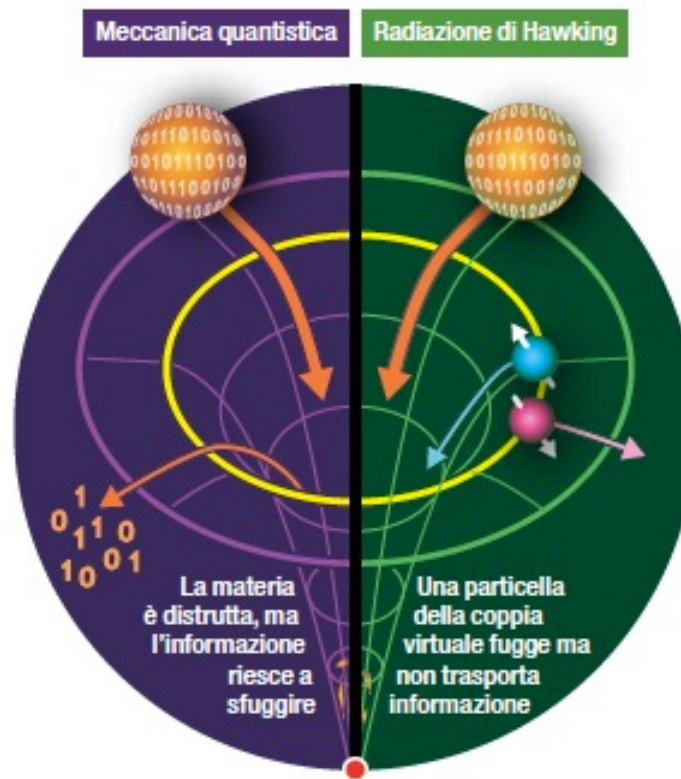
→ alla questione posta da **Wheeler**, l'astronauta risponderà dicendo di aver visto cadere la tazza verso l'orizzonte, ma non attraversarlo.

Poiché la temperatura è diventata incredibilmente elevata, è portato a pensare che la tazza sia evaporata. In seguito, la massa e l'energia della tazza con il caffè sono tornate indietro sotto forma di radiazione termica. La coerenza della **MQ** impone che questa energia evaporata abbia portato con sé anche tutta l'informazione contenuta nel sistema



❖ 't Hooft: la **MQ** vale anche sull'orizzonte di un BH

Paradosso dell'Informazione



possibile che sia [Hawking](#) che ['t Hooft](#) abbiano ragione?

Complementarità dei BH

Susskind (e collaboratori) - **complementarità dei BH**: entrambi i punti di vista sono corretti: osservatore che attraversa l'orizzonte vede l'informazione all'interno di questo; osservatore all'esterno vede l'informazione uscire fuori

no contraddizione: i due osservatori non si confronteranno mai → cercare un bit d'informazione contemporaneamente all'interno e all'esterno di un orizzonte sono operazioni che si escludono a vicenda, come la figura d'interferenza e l'informazione sulla fenditura attraversata; nessuno mai allo stesso istante sarà da una parte e dall'altra dell'orizzonte!

NB – **RS**: anche se osservatori diversi non sono d'accordo su lunghezze e tempi, eventi accadono comunque in punti definiti dello spaziotempo. **Complementarità** abolisce questa proprietà → **nuovo principio della Relatività**

Complementarità dei BH

Esempio: osservazione di atomo che cade verso orizzonte

- a grande distanza dal BH: gli elettroni appaiono muoversi molto velocemente → atomo appare come nucleo piccolissimo circondato da nube di carica negativa;
- avvicinandosi all'orizzonte: moto degli elettroni rallenta → elettroni divengono visibili, ma protoni e neutroni sono ancora troppo veloci → struttura del nucleo ancora indistinta;
- molto vicino: elettroni fermi e si comincia a vedere il nucleo → proseguendo, si cominciano a vedere i quarks di cui sono fatti protoni e neutroni

Complementarità dei BH

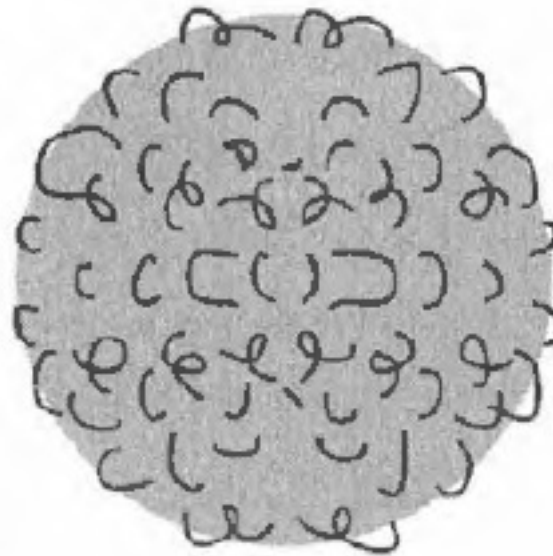
- vicinissimo: anche i moti rapidissimi rallentano → visibile un sempre maggior numero di oscillazioni delle stringhe

Susskind (e collaboratori) – via via che le oscillazioni rallentano, la stringa s'allarga e s'ingrandisce, come se fosse bombardata da radiazione e particelle di altissima energia → in brevissimo tempo la stringa e tutta l'informazione che essa contiene si disperde su tutto l'orizzonte



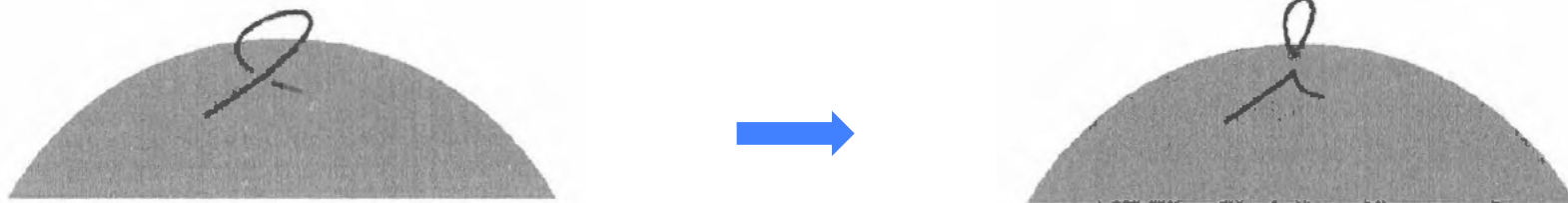
Complementarità dei BH

Considerazioni valide per ogni oggetto che sia mai caduto nel BH: ciascuna stringa elementare s'allarga, intrecciandosi con tutte le altre → orizzonte costituito da tutto ciò che compone il BH, risolto in un gigantesco groviglio di stringhe.



Complementarità dei BH

Interazioni tra stringhe: non solo possono attraversarsi, ma anche dar luogo a nuove configurazioni



formazione di stringa chiusa = particella (fotone, gravitone, ...) al di là dell'orizzonte → chance di sfuggire dal BH, che perciò perde energia → **radiazione di Hawking**

→ per osservatore esterno, l'informazione non è mai andata a finire nel BH: si è fermata all'orizzonte per poi essere irradiata all'indietro

Principio Olografico

$S_{\text{BH}} \propto A \rightarrow$ principio olografico ('t Hooft): descrizione fisica di un qualunque sistema che occupi un certo volume di spazio è data da teoria fisica definita solo sul confine di tale regione

\rightarrow applicabile all'universo nel suo insieme?

universo reale è varietà $(3 + 1)$ -D \rightarrow deve esistere insieme alternativo di leggi fisiche valide sul confine $(2+1)$ -D dello spaziotempo.

Al momento, non è nota alcuna teoria che funzioni in questo modo. Inoltre, quale superficie dovremmo usare come confine dell'universo? \rightarrow studio di modelli più semplici: spazio **Anti-de Sitter (AdS)**

Principio Olografico

spazio a curvatura costante negativa, ad esempio: i **pesci di Escher**



NB – in realtà, i pesci hanno tutti la stessa grandezza e il bordo circolare è a distanza infinita dal centro del disco; questa rappresentazione su una pagina piatta comprime i pesci lontani (simile a ingrandimento che subiscono paesi vicino ai poli nella mappa della Terra)

Principio Olografico

disegnato senza la compressione, lo spazio **AdS** ha una struttura ricca di curvature in cui ogni piccola regione ha una forma a sella con ulteriori pieghe

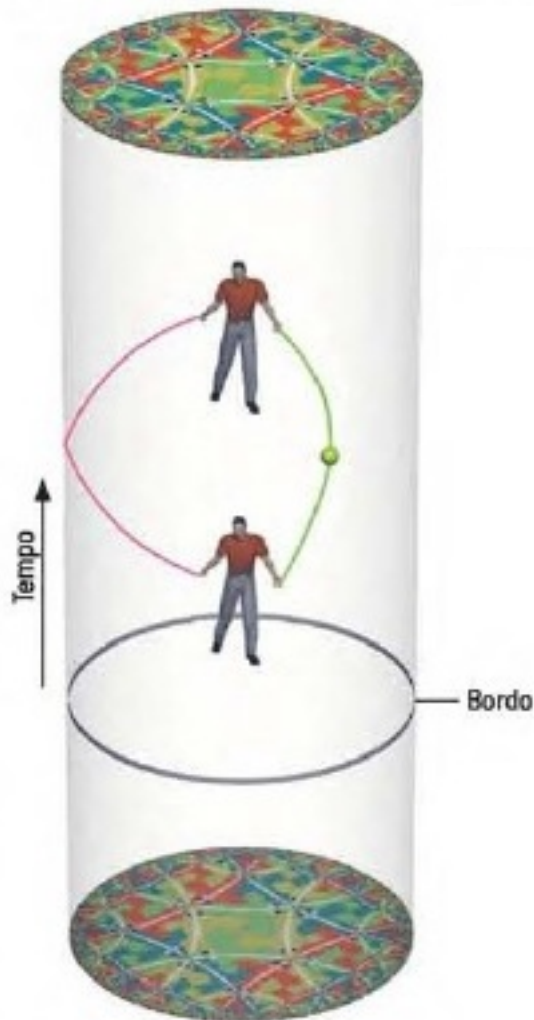


aggiunta di coordinata temporale → **spaziotempo AdS**

A differenza del nostro universo - in espansione - **AdS** ha sempre lo stesso aspetto: no espansione, né contrazione

Principio Olografico

rappresentazione spaziotempo AdS

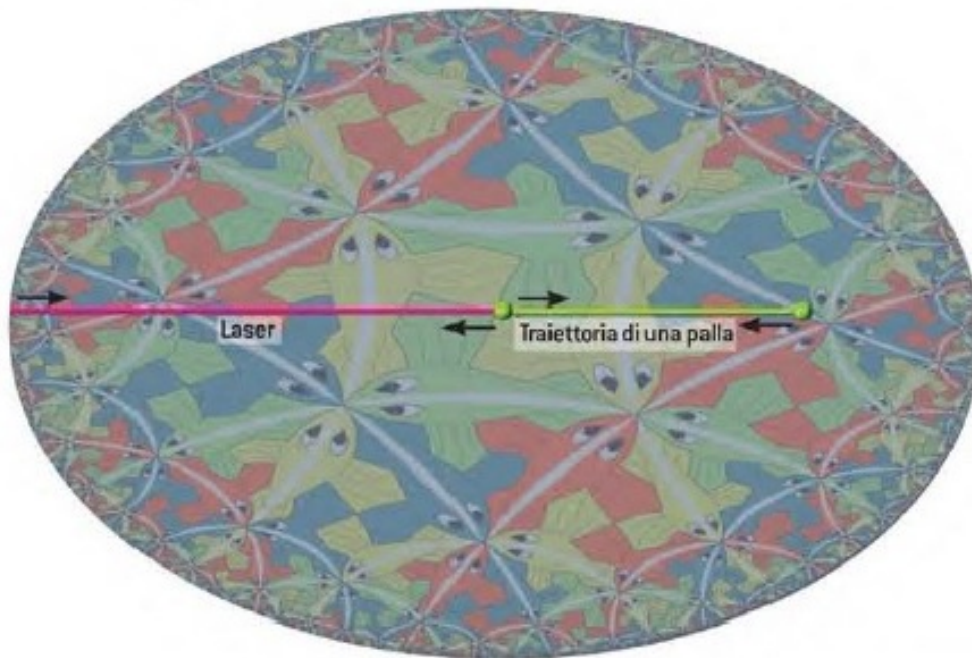


dischi di spazio iperbolico (curvatura costante negativa) impilati uno sull'altro, ognuno dei quali rappresenta l'universo in un dato istante di tempo → cilindro risultante è lo spaziotempo **anti-de Sitter 3D** (AdS_3), dove l'asse del tempo corre lungo l'asse del cilindro.

Fisica in **AdS** ha strane proprietà

Principio Olografico

Quando siamo all'interno è come essere sul fondo di un pozzo gravitazionale: oggetto lanciato tornerebbe indietro come un boomerang, in un tempo indipendente dalla forza con cui è scagliato; maggiore è la forza, più lontano arriva.



raggio di luce arriverebbe fino all'infinito e tornerebbe indietro in un intervallo di tempo finito (possibile perché l'oggetto subisce una contrazione temporale tanto più grande quanto più si allontana)

Principio Olografico

Anche se infinito, AdS possiede un bordo (si trova all'infinito). Questo bordo è il luogo dove si trova l'ologramma del principio olografico → una **teoria quantistica della gravitazione** in spaziotempo AdS è del tutto equivalente a **teoria delle particelle sul bordo priva di gravitazione** (Maldacena)

la gravità in 4D è un fenomeno emergente: deriva da interazioni tra particelle in un mondo 3D privo di gravità

teoria olografica: un BH in AdS corrisponde a sciame di particelle interagenti sul bordo; n. di particelle molto grande → si può applicare la meccanica statistica per calcolare la temperatura: coincide con quella calcolata da **Hawking**

Principio Olografico



→ teoria sul bordo obbedisce alla MQ: l'informazione è salva!

Principio Olografico

Uso della corrispondenza olografica in direzione opposta: a partire da proprietà note dei BH nello spaziotempo al loro interno, determiniamo il comportamento di quark e gluoni ad alte temperature sul bordo

BH hanno **viscosità di taglio** (*) estremamente bassa, più che per qualsiasi fluido noto → dovrebbe essere lo stesso per il quark-gluon plasma ad alta temperatura

(*) bassa per fluido che scorre facilmente; alta per la melassa

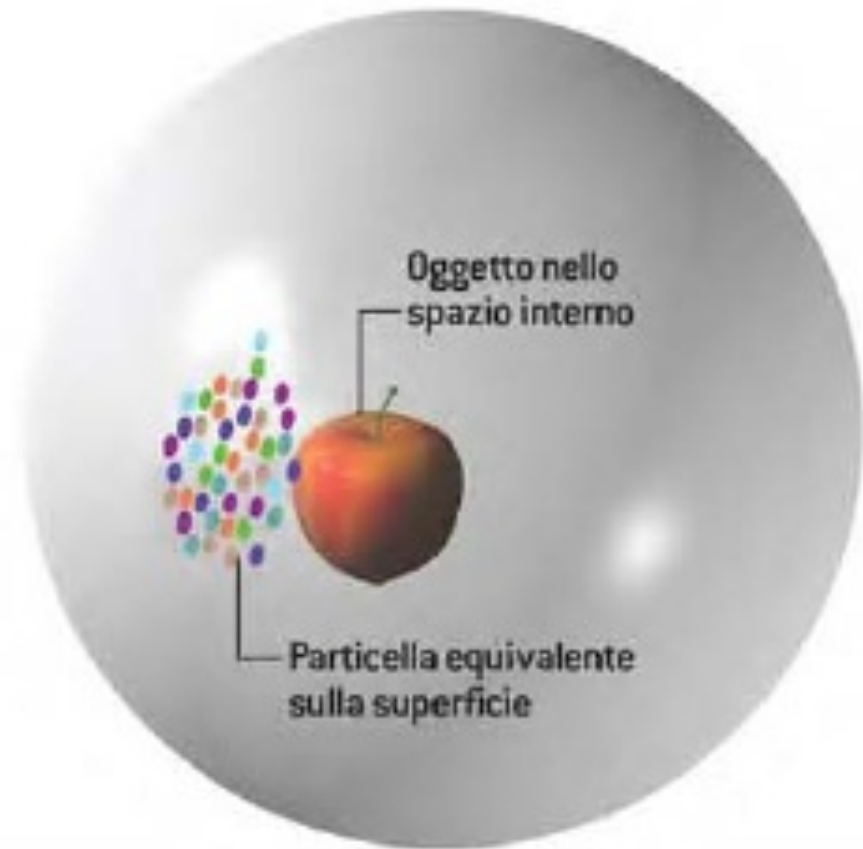
RHIC@BNL & ALICE@LHC: studio collisioni di alta energia tra nuclei di piombo → ipotesi confermata

Principio Olografico

... **il mondo come ologramma** (Susskind)

nuvole di quark e gluoni sulla superficie descrivono oggetti complessi (e.g, mela) presenti all'interno

oggetti che si trovano all'interno sperimentano la gravità anche se un effetto gravitazionale non è presente sulla superficie



Principio Olografico

Teoria olografica si mantiene valida se, invece di AdS, consideriamo un universo come il nostro?

Caratteristica cruciale di AdS è che **sul bordo il tempo è ben definito**: il bordo esiste da sempre ed esisterà per sempre.

Il nostro universo proviene da un big bang ed è in espansione
→ bordo non ben definito → **non c'è alcun posto dove mettere l'ologramma**

... se l'ipotesi olografica è vera, la teoria definitiva non deve riguardare i campi e neppure lo spaziotempo, ma lo **scambio di informazione tra processi fisici**

Firewall

Dualità di Maldacena + Complementarità di Susskind non risolvono tutti i problemi: sussiste ancora una contraddizione

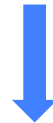
Aspetto caratteristico dell'Entanglement è la monogamia: se A è entangled con B non può esserlo anche con C

Fotone (B) di Hawking emesso dopo che il BH è evaporato per metà fa parte di una coppia ed è entangled con un fotone (A) caduto nel BH → l'informazione originariamente caduta nel BH è codificata in tutte le particelle della radiazione di Hawking → se informazione non si perde e se B si trova in uno stato quantistico definito, deve essere entangled con qualche combinazione C di altra radiazione già sfuggita al BH (altrimenti in ciò che viene emesso non si conserverebbe informazione) → poligamia!

Firewall

Unico modo per risolvere la contraddizione (e salvare la **MQ**): ammettere che entanglement iniziale tra **A** e **B** è spezzato.

Come nel caso di un legame chimico, ciò è possibile solo fornendo energia → rottura entanglement per tutte le coppie di fotoni di alta energia di **Hawking** \implies orizzonte come parete di particelle di alta energia, i.e., in corrispondenza dell'orizzonte astronauta in caduta verso il BH incontra un **muro di fuoco (firewall)**



altro che sottili effetti di **complementarità**: siamo di fronte a un drastico cedimento della **RG**!

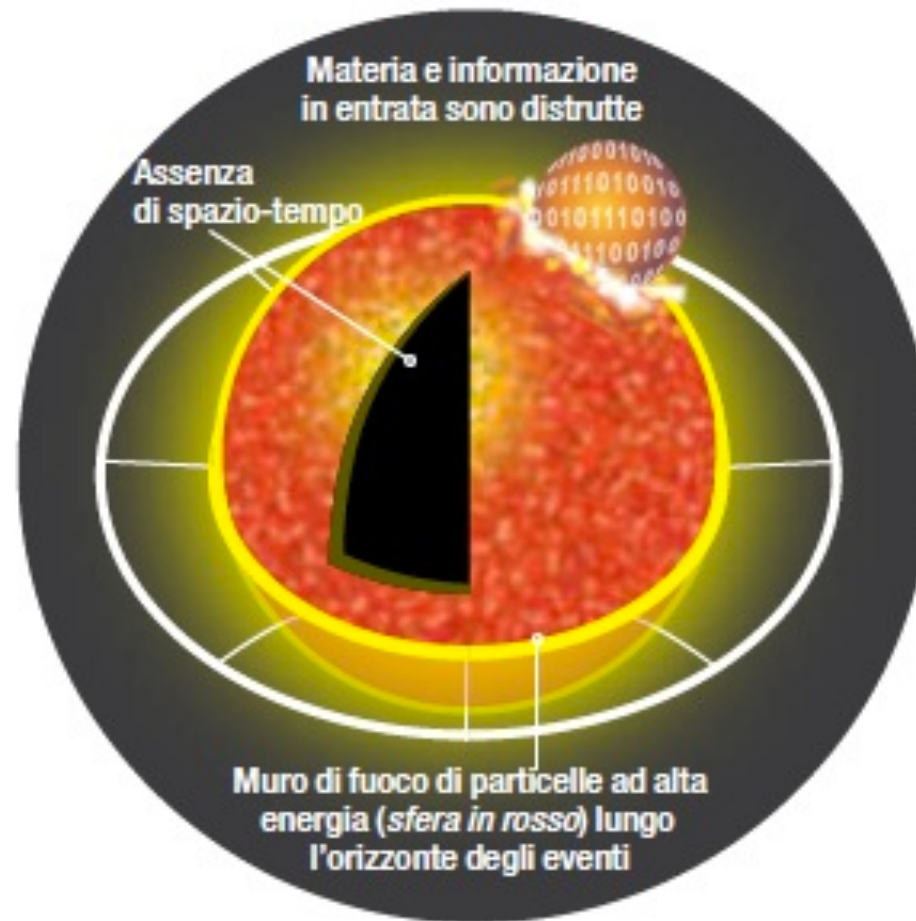
Firewall

E se i **firewalls** non esistono? Dobbiamo abbandonare alcuni dei principi più radicati della **MQ**! Purtroppo no speranza di osservarli: eventuali radiazioni provenienti da un firewall perdono energia “arrampicandosi” nel campo gravitazionale del BH

Se i **firewalls** esistono, cosa sono? La fine dello spazio? Forse nel BH no condizioni che permettono la formazione dello spaziotempo, perché “*la memoria quantistica del BH è piena*” (**Marolf**).

Se dentro non c'è spaziotempo = a dire che lo spazio finisce in corrispondenza dell'orizzonte e che l'astronauta in caduta, colpendolo, si dissolve in bit quantistici che si trovano su questo confine

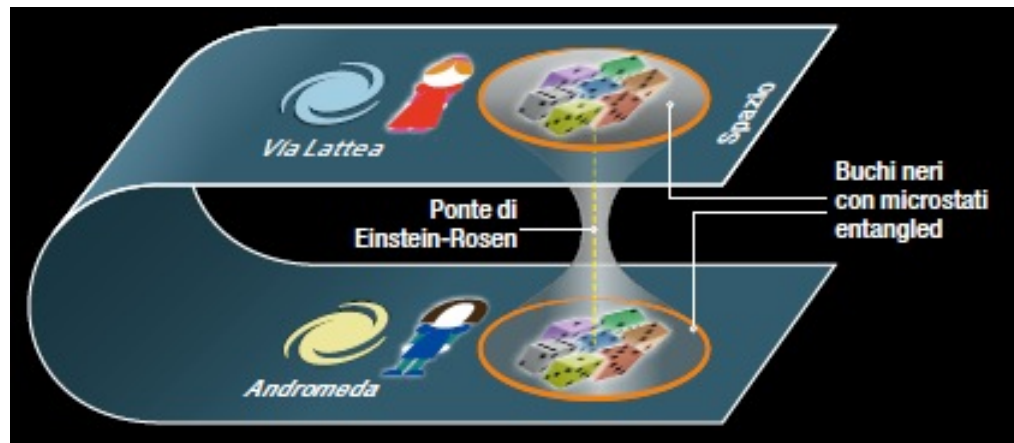
Firewall



Firewall

Possibile evitare il concetto di **firewall**? Se il fotone **B** deve essere entangled sia con **A** che con **C** → **A** deve essere parte di **C**: il fotone al di là dell'orizzonte è, in qualche modo, lo stesso bit codificato nella radiazione di **Hawking** già emessa, anche se sono in posti molto diversi.

Non molto lontani dall'idea della **complementarità** dei BH, ma per ottenere un modello concreto occorre modificare la **MQ** →



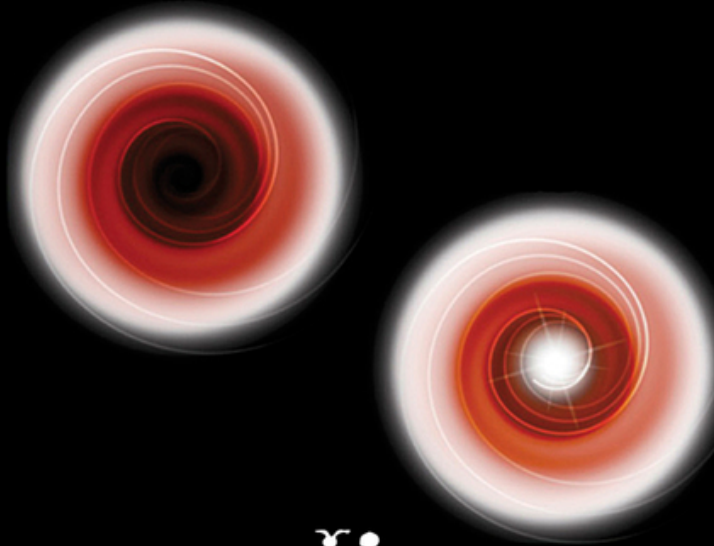
ER = EPR: coppia di particelle entangled è collegata da micro **wormhole** nello spaziotempo

Maldacena & Susskind

Biblioteca Scientifica 44

Leonard Suskind

LA GUERRA
DEI BUCHI NERI



ADELPHI

SPARE

Orizzonte

metrica di Schwarzschild: fotone che si muove radialmente

$$ds^2 = 0, \quad d\Omega = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dt}{dr} = \pm \frac{1}{c(1 - r_g/r)}$$

NB: + uscente; - entrante

→ $t = t_0 \pm \frac{r_g}{c} \left[\frac{r}{r_g} + \ln \left(\frac{r}{r_g} - 1 \right) \right]$

$r \rightarrow r_g :$ $\frac{c(t - t_0)}{r_g} \rightarrow \pm \left[1 + \ln \left(\frac{r}{r_g} - 1 \right) \right]$

i.e.

$\boxed{+}$	$r(t) \rightarrow r_g + \exp \left[\frac{c(t - t_+)}{r_g} - 1 \right]$
$\boxed{-}$	$r(t) \rightarrow r_g + \exp \left[\frac{c(t_- - t)}{r_g} - 1 \right]$

Orizzonte

→ nessuno dei due fotoni oltrepassa mai la barriera $r = r_g$
(vero anche nel caso di fotoni non in moto radiale) →
superficie a $r = r_g$ è un **orizzonte**

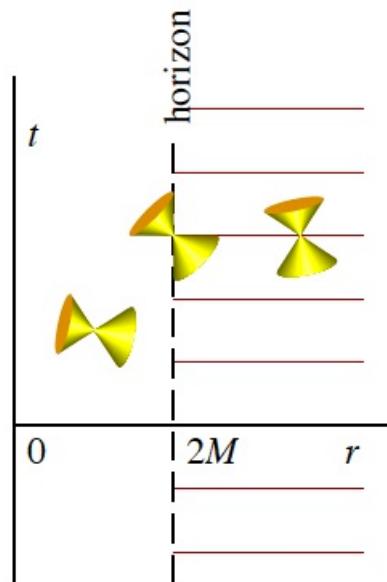
in generale, orizzonte si forma quando $g_{tt} \rightarrow 0$ in modo
sufficientemente veloce.

coordinate **Kruskal-Szekeres**: è più facile calcolare eq.ne
del moto di fotoni in moto radiale

$$\begin{array}{ll} \text{entrante:} & x = C_- \\ \text{uscente:} & y = C_+ \end{array} \quad C_{\pm} \text{ costanti } > 0$$

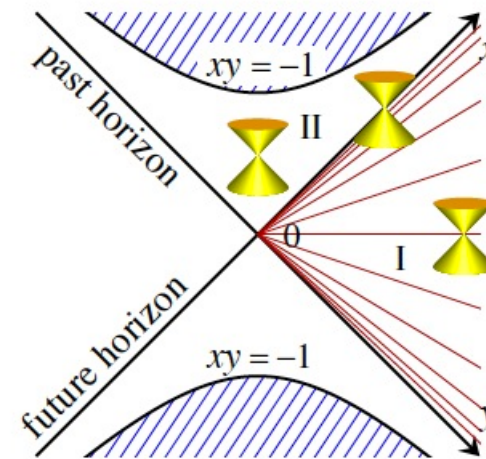
NB - in queste coordinate succede qualcosa di nuovo

Kruskal-Szekeres



coordinate di Schwarzschild

$t = \text{cost.}$



coordinate di Kruskal-Szekeres

Kruskal-Szekeres

- ♣ → t è reale quando x e y hanno lo stesso segno (I); se $xy < 0$ (II), t diviene complesso → regione II non fa parte del nostro universo; qui la variabile t agisce come variabile spaziale ($r/r_g - 1 < 0 \rightarrow g_{tt} > 0$): r diviene la coordinata temporale.
- ♣ → (x, y) e $(-x, -y)$ corrispondono allo stesso punto (r, t) → BH come **wormhole** che connette il nostro universo ad un altro (o, forse, ad una diversa regione di spaziotempo nel nostro universo): solo percorsi **spacelike** tra questi due universi.