



SUMMER
SCHOOL

La Natura della Gravità

Danilo Babusci
danilo.babusci@Inf.infn.it

Summer School 2019

interazione	carica	intensità	raggio d'azione	mediatori	spin
forte	colore	1	10^{-15} m	gluoni (8)	1
elettromagnetica	elettrica	10^{-2}	∞	fotone	1
debole	debole	10^{-5}	10^{-18} m	W^{\pm}, Z	1
gravitazionale	energia	10^{-38}	∞	gravitone (?)	2



Principio d'Equivalenza

der glücklichste Gedanke meines Lebens (A. Einstein)

Osservazione sperimentale (**Galilei**): tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione

- i. (modulo) forza gravitazionale agente su corpo posto sulla superficie terrestre

$$F_g = G \frac{m_g M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} = m_g g$$

- ii. legge di **Newton** per corpo di massa inerziale m_i

$$F_i = m_i a$$

$$F_i = F_g \quad \longrightarrow \quad a = g \frac{m_g}{m_i}$$

a indipendente dalla natura del corpo

$$\longrightarrow \quad \frac{m_g}{m_i} = \text{costante universale}$$

Principio d'Equivalenza

$m_i = m_g \rightarrow$ forza gravitazionale \propto massa inerziale dei corpi,
come le forze inerziali presenti in riferimento accelerato

somiglianza all'apparenza accidentale, per un “newtoniano”,
ma dal profondo significato fisico:

gravità è manifestazione della
geometria dello spaziotempo

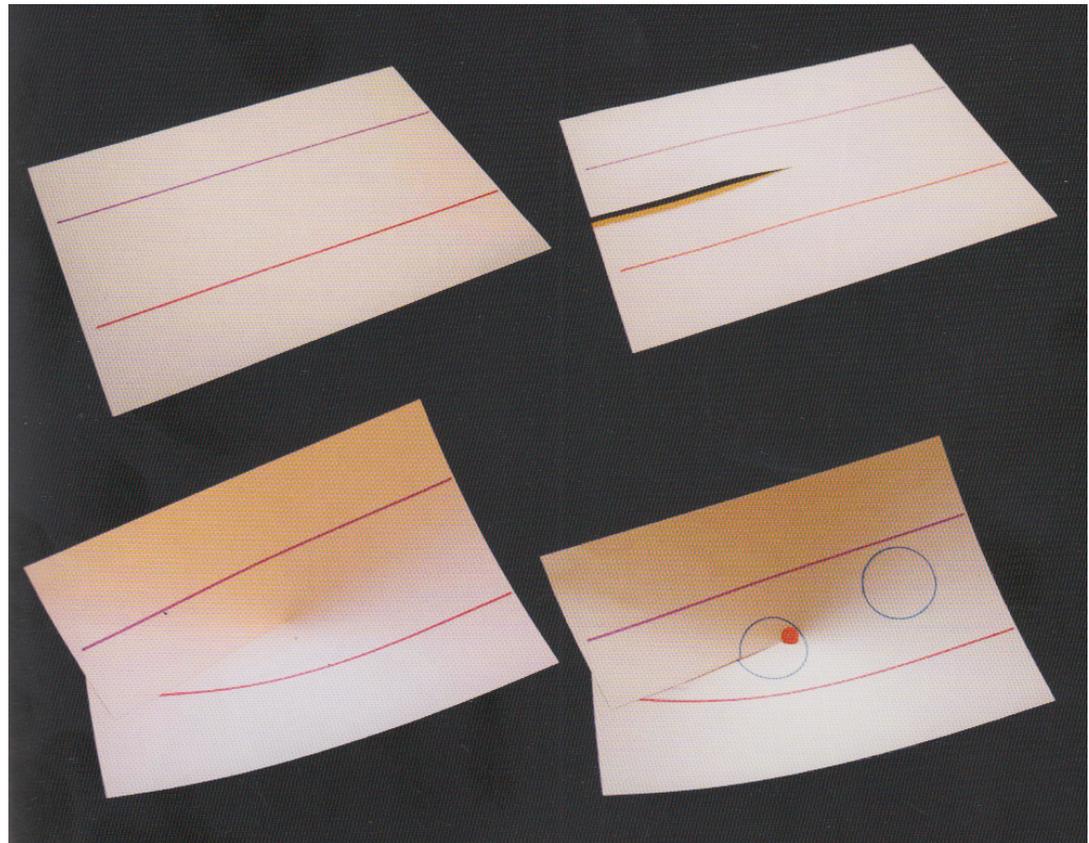
nella *gravità relativistica* non esiste
alcuna forza gravitazionale



Relatività Generale

Lo spaziotempo è curvato o distorto e le particelle in caduta libera seguono la traiettoria più rettilinea possibile (**geodetica**) attraverso lo spaziotempo curvo.

Geodetiche vicine possono convergere o divergere riproducendo l'effetto di una forza (mareale).



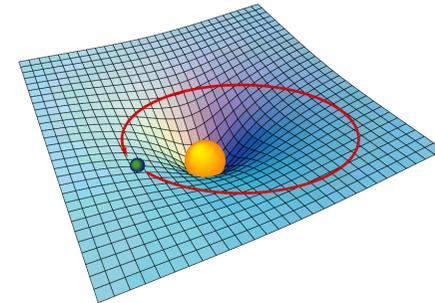
Newton vs Einstein

Newton: gravità è una forza



la Terra si muove su orbita **curva** intorno al Sole perché la gravità solare la costringe ad allontanarsi dal suo cammino rettilineo naturale

Einstein: gravità è curvatura



massa-energia del Sole distorce geometria spaziotempo vicino alla Terra e questa si muove liberamente lungo cammino il più possibile rettilineo (\approx **ellisse**) in questo ambiente deformato

Equazioni di Einstein

→ equazioni di campo (Einstein):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

geometria spaziotempo

stress, energia, impulso della sorgente

NB - $\frac{8\pi G}{c^4} \sim 10^{-43} \text{ N}^{-1}$ caratterizza la rigidità dello spaziotempo (il suo inverso legato al modulo di elasticità)

*lo spaziotempo dice alla materia come muoversi;
la materia dice allo spaziotempo come curvarsi*

Buchi Neri

Teoria di **Newton**: velocità di fuga di un corpo di massa m posto sulla superficie di un corpo di massa M e raggio R

$$r \rightarrow \infty : E = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} m \tilde{v}^2 = G \frac{m M}{R}$$
$$\longrightarrow \quad \tilde{v} = \sqrt{\frac{2 G M}{R}} \quad \star$$

Michell (1783) + **Laplace** (1793): esistono corpi per i quali la velocità di fuga è **maggiore** di quella della luce?

$$\tilde{v} \geq c \quad \xrightarrow{\star} \quad R \leq r_g = 2 \frac{G M}{c^2}$$

raggio di
Schwarzschild

... nemmeno la luce sfugge al campo gravitazionale del corpo \rightarrow **Buco Nero** (BH)

Buchi Neri

Sebbene argomentazione non corretta, criterio precedente (compreso il fattore 2) vale anche nella RG → superficie di raggio r_g è detta **orizzonte degli eventi**

Niente ha creato più confusione della domanda: **cosa accade alla materia che attraversa l'orizzonte degli eventi?**

A: osservatore vicino
all'orizzonte

B: osservatore a distanza
 ∞ da orizzonte

- orizzonte è superficie a **redshift** ∞ : **B** vede orologio di **A** andare infinitamente più lento del proprio;
- **A** non avverte nulla quando oltrepassa l'orizzonte, ma per **B** rallenta sempre di più nei movimenti: **B** non vedrà mai **A** superare l'orizzonte!

Unità di Planck

“BH quantistico”: particella il cui raggio di Schwarzschild (RG) coincide con lunghezza d'onda Compton (MQ)

$$r_g = \lambda_C \quad \rightarrow \quad \frac{G m}{c^2} = \frac{\hbar}{m c}$$



$$m = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = m_P$$

massa di Planck

$$m = m_P \quad \rightarrow \quad \lambda_C = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = \ell_P$$

lunghezza di Planck



definizione di una scala di tempi:

$$\frac{\ell_P}{c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = t_P$$

tempo di Planck

Unità di Planck

$$c \simeq 299.7925 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$$

$$M_P \simeq 2.1765 \times 10^{-8} \text{ kg}$$

$$G \simeq 6.6739 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \quad \longrightarrow$$

$$L_P \simeq 1.6162 \times 10^{-35} \text{ m}$$

$$\hbar \simeq 1.0546 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$t_P \simeq 5.3911 \times 10^{-44} \text{ s}$$

massa protone

$$m_p \simeq 1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

raggio Universo

$$L_H = \frac{c}{H_0} \simeq 1.37 \times 10^{26} \text{ m}$$

età Universo

$$t_H = \frac{1}{H_0} \simeq 4.5643 \times 10^{17} \text{ s}$$



$$\frac{M_P}{m_p} \simeq 1.3 \times 10^{19}$$

$$\frac{L_P}{L_H} \simeq 1.2 \times 10^{-61}$$

Buchi Neri

Soluzione di **Schwarzschild** dipende soltanto dalla massa M .

Risultato generale: per descrivere un BH, essenzialmente, abbiamo bisogno di specificare soltanto la massa M , la carica elettrica Q e il momento angolare J :

i buchi neri non hanno peli (Wheeler)

Stella che collassa in un BH: informazioni quali forma e composizione della stella sono perse nel processo → parametri M , Q e J del BH descrivono suo stato macroscopico, come pressione, volume etc. descrivono lo stato macroscopico di gas.

NB - analogia con termodinamica di un gas non è casuale ...

Entropia

gedanken experiment (Wheeler) – ordino cappuccino nel bar in orbita attorno a un BH → lancio tazza oltre l'orizzonte.

Modo di pensare tradizionale: la tazza e l'entropia in essa contenuta spariranno oltre l'orizzonte → diminuisce l'entropia dell'universo → aggirato il secondo principio della termodinamica.

possibile che sia così facile violare una legge fondamentale come il secondo principio?

Bekenstein: secondo principio è troppo radicato nelle regole della fisica per poterlo sacrificare → unica possibilità per evitare questa sciagura è che i BH posseggano entropia

Entropia

→ generalizzazione del secondo principio:

quando la materia cade in un BH, l'aumento dell'entropia di questo compensa o eccede l'entropia “perduta” della materia

$$\Delta S_{\text{BH}} + \Delta S_{\text{ext.}} \geq 0$$

Hawking: in ogni interazione che coinvolge buchi neri (ad es., fusione di due BH con formazione di BH più grande) **la somma delle aree dei buchi neri non può diminuire**

→ ipotesi di Bekenstein: **entropia di un BH ha a che fare con l'area del suo orizzonte**

... ma l'entropia non è \propto al volume (variabile estensiva)?

Temperatura

nessuno (primo fra tutti **Hawking**) crede a questo risultato: BH ha massa (= energia), e se ha anche entropia deve avere una temperatura → **BH deve emettere radiazione con spettro termico di Planck corrispondente a questa temperatura.**

Possibile? Nulla può sfuggire dall'orizzonte di un BH!

Hawking: comportamento dei campi quantistici vicino all'orizzonte → fluttuazioni quantistiche del vuoto → creazione coppie di fotoni virtuali: se uno dei due cade oltre l'orizzonte, l'altro diviene reale e si allontana dall'orizzonte → emissione di radiazione con **temperatura**

$$T_{\text{BH}} = \frac{1}{8\pi} \frac{\hbar c^3}{k_B G M}$$

NB – misurata da osservatore a distanza ∞ dal BH

Temperatura

formula di **Hawking** è il singolo risultato più importante che connette i principi della **MQ** con la **RG**

Esempio: $M = 10 M_{\odot}$

$$\longrightarrow T = \frac{1}{8\pi} \frac{c^2}{k_B} \frac{m_P^2}{M} \simeq \frac{1}{8\pi} \frac{(3 \times 10^8)^2}{1.38 \times 10^{-23}} \frac{(2.18 \times 10^{-8})^2}{10 \times 1.99 \times 10^{30}} \simeq 6.2 \text{ nK}$$

... ecco perché ad **Hawking** non hanno mai dato il Nobel!

Orizzonte di un BH emette radiazione verso l'esterno \rightarrow BH evaporano fino a scomparire: in quanto tempo?

$$t \simeq 2 \times 10^{70} \text{ anni}$$

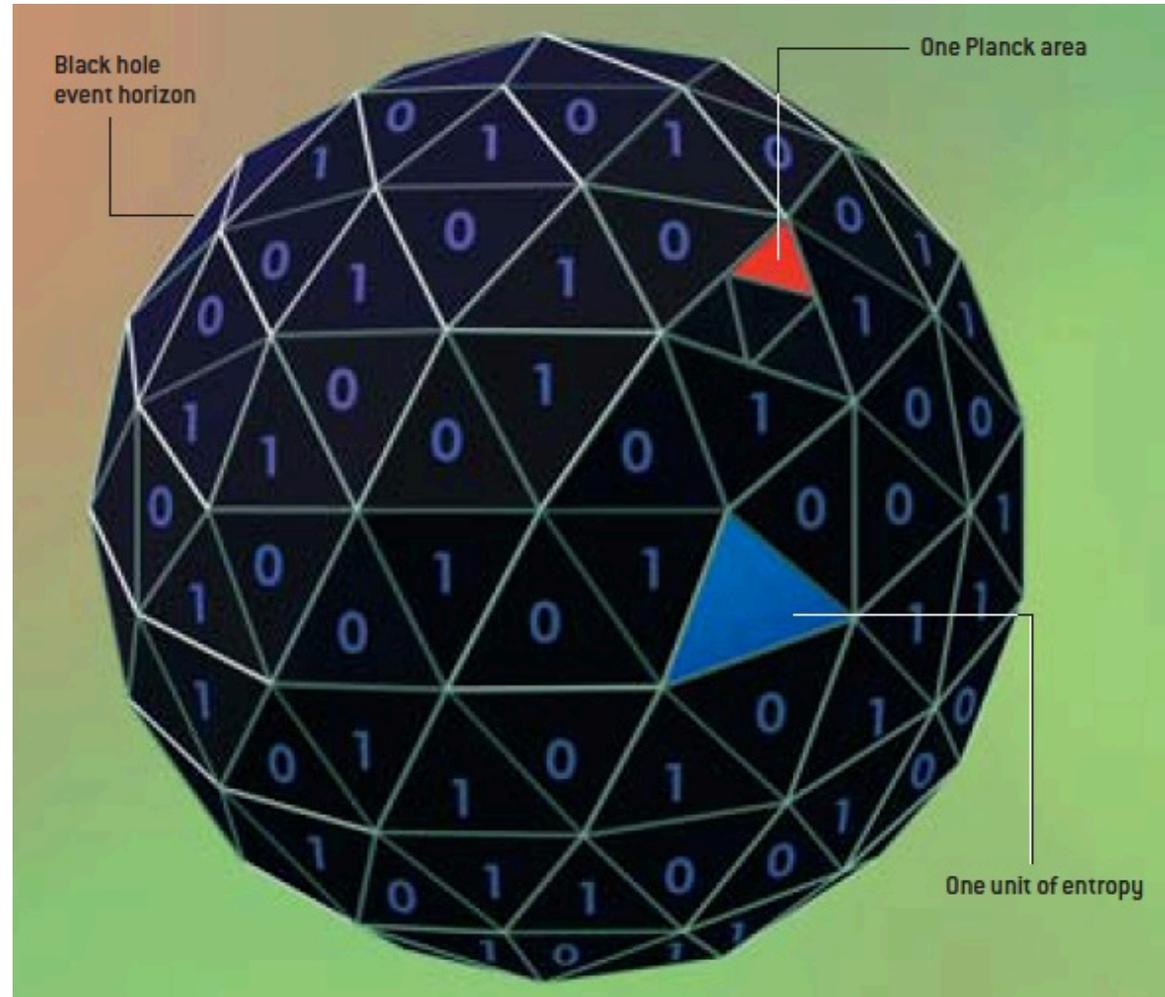
NB – età dell'universo $\sim 10^{10}$ anni

Entropia

calcolo rigoroso
(QFT)

$$\frac{S_{\text{BH}}}{k_{\text{B}}} = \frac{1}{4} \frac{A}{\ell_{\text{P}}^2}$$

informazione = area



Gravità & Termodinamica

Entropia
&
Temperatura



gravità deve avere a che
fare con la termodinamica

Boltzmann: possibilità di riscaldare un corpo deriva dal fatto che esso possiede dei gradi di libertà interni che consentono di immagazzinare energia e scambiare con l'esterno, ovvero: *se può essere scaldato, possiede una microstruttura*

Non c'è bisogno di sondare la materia alla scala dell'angstrom per capire che la materia è fatta di **atomi**: *lo dice il fatto che la materia può essere scaldata*

Gravità & Termodinamica

Esistenza degli atomi lascia chiara firma anche alle più grandi scale macroscopiche sotto forma di **temperatura** e **calore** → conto gli atomi utilizzando variabili puramente macroscopiche: **teorema di equipartizione**

$$N = \frac{E}{(1/2) k_B T}$$

variabile priva di significato nel limite continuo

variabili che hanno significato solo nel limite continuo

→ anche spaziotempo deve possedere gradi di libertà microscopici responsabili del suo comportamento termico →

atomi di spaziotempo

Paradosso dell'Informazione

gedanken experiment di **Wheeler**: entropia associata alla tazza di caffè caldo è assorbita dal BH, ma che fine fa l'informazione codificata nelle proprietà degli atomi del sistema?

è contenuta nei prodotti dell'evaporazione, anche in forma disordinata, oppure è perduta per sempre oltre l'orizzonte?

La risposta di **Hawking** è **affermativa** ... “*Dio non solo gioca a dadi, ma qualche volta li getta dove non si possono vedere*”, ovvero in un buco nero

Ma se l'informazione va perduta, la **MQ** crolla. A dispetto del **Principio d'Indeterminazione**, il comportamento delle particelle è regolato in modo preciso: è sempre reversibile

Paradosso dell'Informazione

collisione tra particelle → assorbimento, deflessione, trasformazione, ma sempre possibile ricostruire configurazione iniziale delle particelle a partire dai prodotti finali della collisione

se questa regola venisse violata l'energia potrebbe essere creata o distrutta: la legge di conservazione dell'energia è assicurata dalla struttura matematica della MQ, che garantisce anche la reversibilità: se perdo una, perdo anche l'altra → perdita di informazione in un BH porta alla generazione di enorme quantità d'energia



❖ Hawking: le leggi della MQ devono essere modificate

Paradosso dell'Informazione

Ma ...

temperatura dell'orizzonte dipende dal punto in cui si misura

Astronauta dotato di termometro che orbita nelle vicinanze dell'orizzonte di un BH. A grande distanza dall'orizzonte il termometro registra una T data dalla formula di [Hawking](#) (ovvero, qualcosa dell'ordine del nK).

Astronauta cala termometro verso l'orizzonte → lettura del termometro corrisponde a una T via via più alta:

- $d = 1 \text{ cm} \rightarrow T \sim 1 \text{ mK}$
- $d = 10^{-13} \text{ cm} \rightarrow T \sim 10^7 \text{ K}$

... fino a che la temperatura diviene così alta che nessun termometro potrà misurarla ...

Paradosso dell'Informazione

→ alla questione posta da **Wheeler**, l'astronauta risponderà dicendo di aver visto cadere la tazza verso l'orizzonte, ma non attraversarlo.

Poiché la temperatura è diventata incredibilmente elevata, è portato a pensare che la tazza sia evaporata. In seguito, la massa e l'energia della tazza con il caffè sono tornate indietro sotto forma di radiazione termica. La coerenza della **MQ** impone che questa energia evaporata abbia portato con sé anche tutta l'informazione contenuta nel sistema



❖ 't Hooft: la **MQ** vale anche sull'orizzonte di un BH

Complementarità dei BH

possibile che sia **Hawking** che **'t Hooft** abbiano ragione?

Susskind (e collaboratori) - **complementarità dei BH**: entrambi i punti di vista sono corretti

- osservatore che attraversa l'orizzonte vede l'informazione all'interno di questo
- per osservatore esterno, l'informazione non è mai andata a finire nel BH: si è fermata all'orizzonte per poi essere irradiata all'indietro

no contraddizione: i due osservatori non si confronteranno mai → ricerca contemporanea informazione all'interno e all'esterno dell'orizzonte è impossibile: nessuno mai allo stesso istante sarà da una parte e dall'altra dell'orizzonte!

Olografia

$S_{\text{BH}} \propto A \rightarrow$ tutte le caratteristiche di un BH, oggetto a priori 3D, sono “leggibili” su una superficie 2D



principio olografico: comportamento di un sistema fisico i cui gradi di libertà occupano un dato volume è equivalente a quello di un altro “sistema” definito sulla superficie che delimita tale volume

‘t Hooft & Susskind

NB – congettura non dimostrata se non in alcune situazioni molto particolari (cfr. [avanti](#)); si pensa sia una proprietà fondamentale della **gravità quantistica**

Principio Olografico

Applicabile all'universo nel suo insieme? universo reale è varietà $(3 + 1)$ -D \rightarrow deve esistere insieme alternativo di leggi fisiche valide sul confine $(2+1)$ -D dello spaziotempo.

Non nota (ora) teoria che funziona così. Inoltre, quale superficie come confine dell'universo? \rightarrow studio di modelli più semplici: spazio **Anti-de Sitter (AdS)**

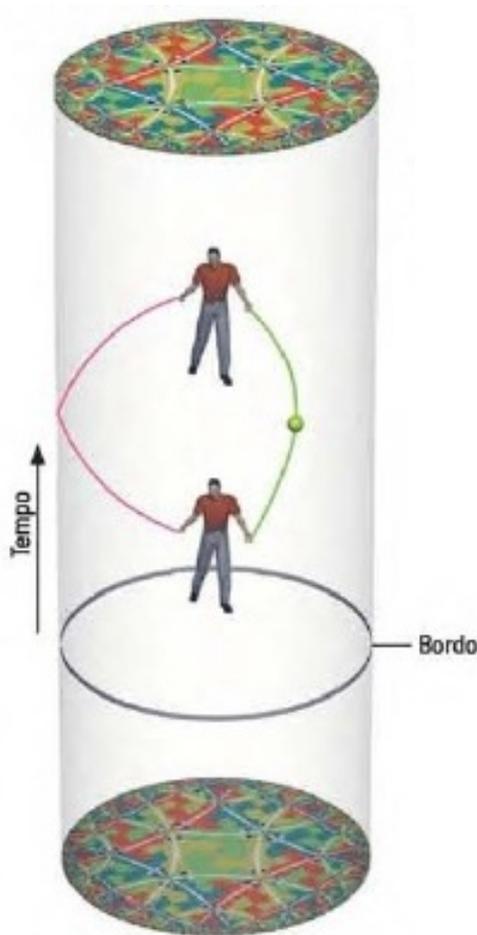
spazio a curvatura costante negativa \rightarrow **pesci di Escher**



NB – in realtà, i pesci hanno tutti la stessa grandezza e il bordo circolare è a distanza infinita dal centro del disco; questa rappresentazione su una pagina piatta comprime i pesci lontani (simile a ingrandimento che subiscono paesi vicino ai poli nella mappa della Terra)

Principio Olografico

A differenza del nostro universo - in espansione - **AdS** ha sempre lo stesso aspetto: no espansione, no contrazione

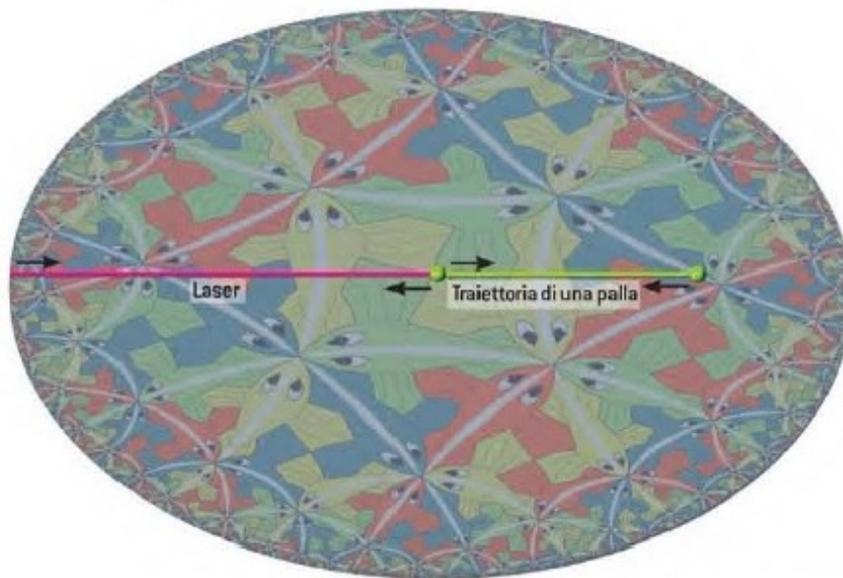


rappresentazione spaziotempo **AdS**:
dischi di spazio iperbolico (curvatura costante negativa) impilati uno sull'altro, ognuno dei quali rappresenta l'universo in un dato istante di tempo → cilindro risultante è lo spaziotempo **anti-de Sitter 3D** (AdS_3), dove l'asse del tempo corre lungo l'asse del cilindro.

Principio Olografico

AdS ha strane proprietà!

All'interno è come essere sul fondo di un pozzo gravitazionale: oggetto lanciato tornerebbe indietro come un boomerang, in un tempo indipendente dalla forza con cui è scagliato; maggiore è la forza, più lontano arriva.



raggio di luce arriverebbe fino all'infinito e tornerebbe indietro in un intervallo di tempo finito (possibile perché subisce contrazione temporale tanto più grande quanto più si allontana)

Principio Olografico

Anche se infinito, **AdS** possiede un bordo (si trova all'infinito); questo bordo è il luogo dove si trova l'ologramma del principio olografico.

Congettura di Maldacena: teoria quantistica della gravitazione nell'interno di spaziotempo **AdS** è del tutto equivalente a teoria delle particelle sul bordo priva di gravitazione

ovvero: in un mondo **AdS** la gravità si materializza con la comparsa della dimensione che viene aggiunta alla frontiera

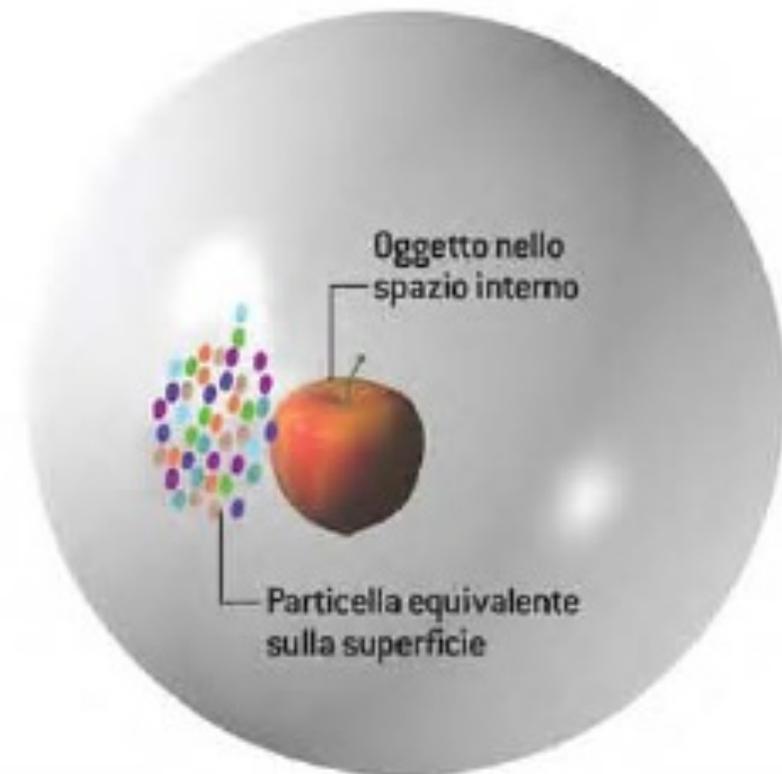
→ possibilità di usare teoria quantistica delle particelle (ben compresa) per definire una teoria quantistica della gravitazione (tutta da scoprire)

Principio Olografico

... il mondo come ologramma (Susskind)

nuvole di quark e gluoni sulla superficie descrivono oggetti complessi (ad es., mela) presenti all'interno

oggetti che si trovano all'interno sperimentano la gravità anche se un effetto gravitazionale non è presente sulla superficie



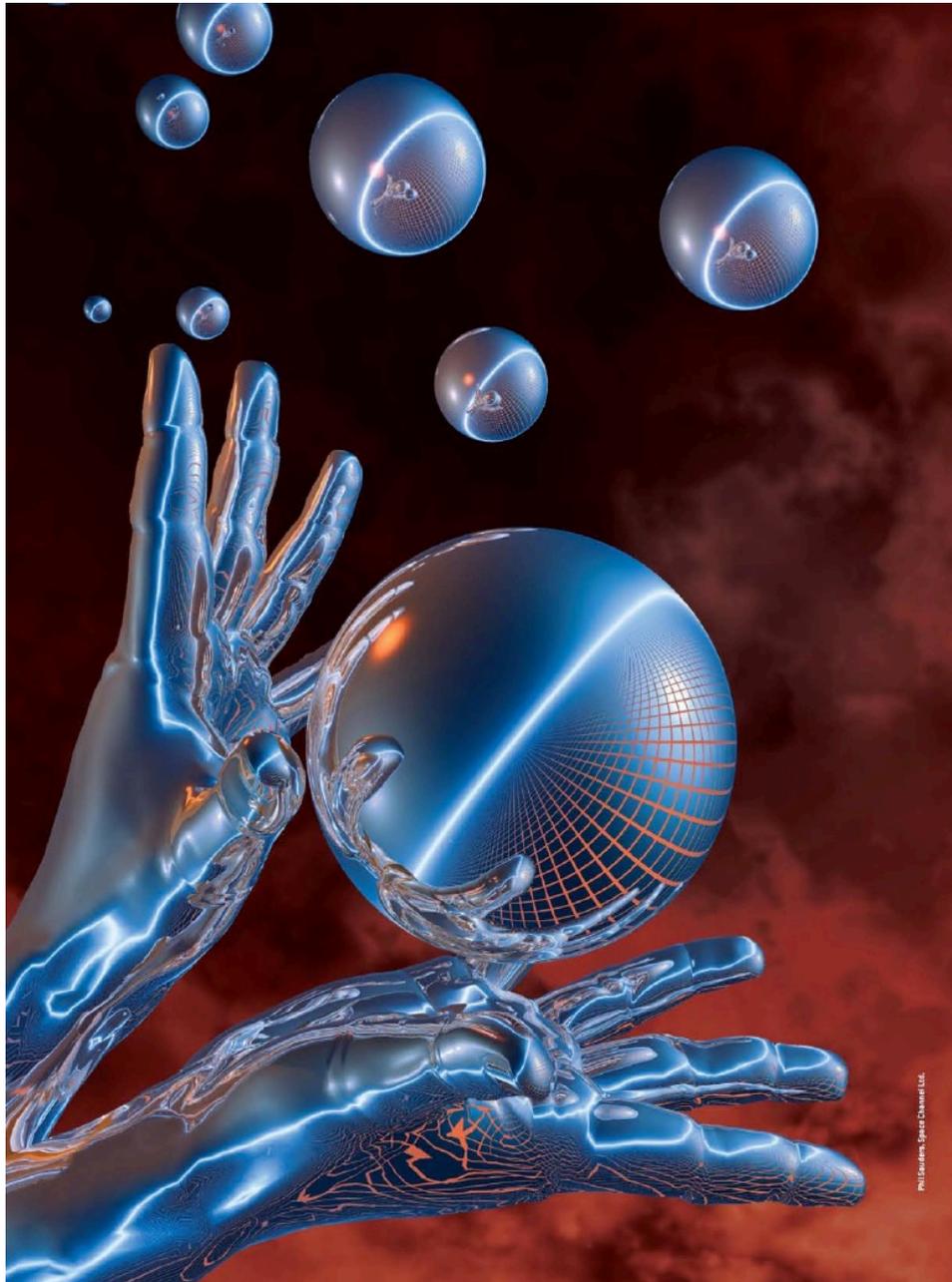
Principio Olografico

Domanda: teoria olografica si mantiene valida se, invece di **AdS**, consideriamo un universo come il nostro?

Caratteristica cruciale di **AdS** è che **sul bordo il tempo è ben definito**: il bordo esiste da sempre ed esisterà per sempre.

Il nostro universo proviene da un big bang ed è in espansione
→ bordo non ben definito → **non c'è alcun posto dove mettere l'ologramma**

*... se la congettura olografica è vera, la teoria definitiva non deve riguardare i campi e neppure lo spaziotempo, ma lo **scambio di informazione tra processi fisici***



L'illusione della gravità

La forza di gravità
e una delle tre dimensioni dello spazio potrebbero essere illusioni
generate da particolari interazioni tra particelle e campi
che avvengono in un universo a due dimensioni

di Juan Maldacena

La realtà che ci circonda ha tre dimensioni. Se a queste tre dimensioni si aggiunge il tempo, il risultato è uno spazio con quattro dimensioni, lo spazio-tempo. Quindi, viviamo in un universo quadridimensionale, forse. Nuove teorie fisiche ipotizzano che una delle tre dimensioni spaziali possa essere illusoria, e in effetti, sia le particelle elementari sia i campi che compongono la realtà si muovono in un ambiente bidimensionale simile alla Flatlandia di Edwin A. Abbott. Anche la gravità sarebbe parte dell'illusione, una forza che non è presente nel mondo bidimensionale ma che si materializza con la comparsa illusoria della terza dimensione. In particolare, le teorie prevedono che il numero di dimensioni della realtà potrebbe essere una questione di punti di vista: i fisici potrebbero scegliere di descrivere la realtà come qualcosa che obbedisce a un certo insieme di leggi (tra cui la gravità) in tre dimensioni. In modo equivalente, potrebbero scegliere di descrivere la realtà come qualcosa che obbedisce a un diverso insieme di leggi che è adatto a due dimensioni (e in assenza di gravità). Nonostante le radicali differenze, entrambe le teorie descrivono tutto ciò che vediamo, e sono in accordo con tutti i dati che possiamo raccogliere sul funzionamento dell'universo. E, quel che è peggio, non avremmo modo di appurare quale teoria sia «realmente» vera.

