

# Introduzione al Modello Standard delle particelle elementari

Seconda lezione

**Marco Bonvini**

INFN Sezione di Roma

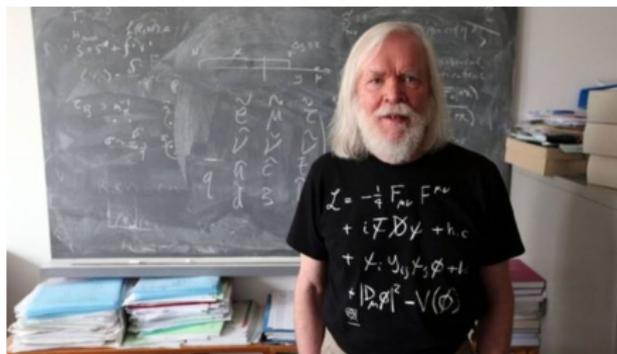
**MasterClass 2021**

Laboratori Nazionali di Frascati

2 Marzo 2021



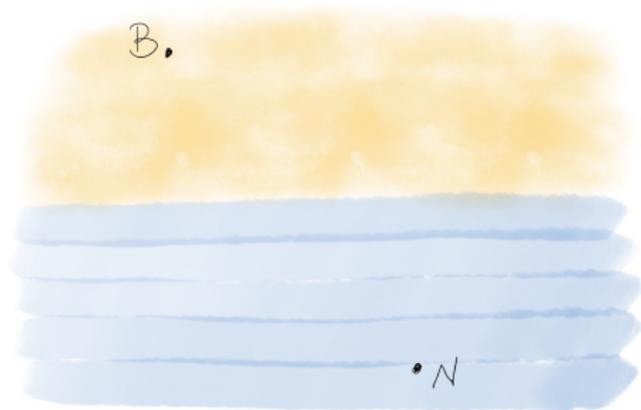
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare  
Sezione di ROMA



John Ellis, CERN

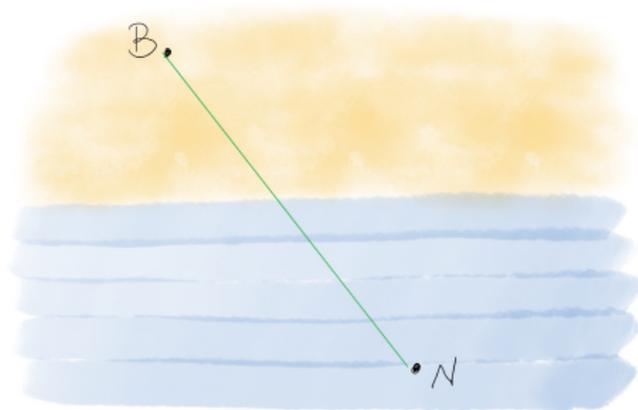
$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + i\bar{\psi} \not{D} \psi + h.c. \\ & + \chi_i Y_{ij} \chi_j \phi + h.c. \\ & + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi) \end{aligned}$$

Un bagnino sulla spiaggia vede un bagnante in difficoltà in mare.  
Qual'è il percorso che deve fare per raggiungerlo nel minor tempo possibile?



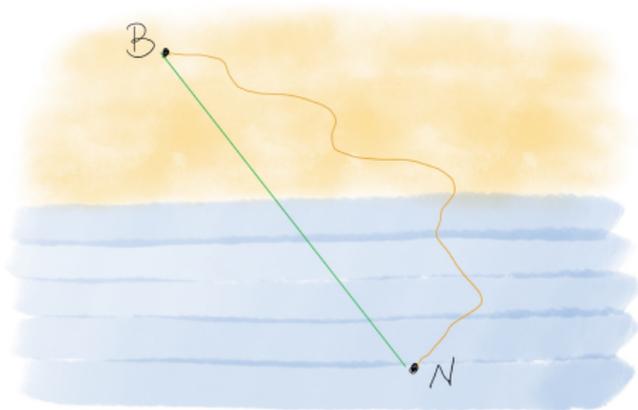
## Interludio tecnico: il bagnino

Un bagnino sulla spiaggia vede un bagnante in difficoltà in mare.  
Qual'è il percorso che deve fare per raggiungerlo nel minor tempo possibile?

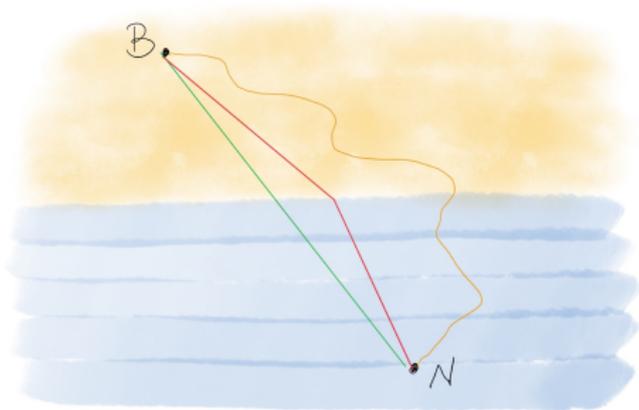


## Interludio tecnico: il bagnino

Un bagnino sulla spiaggia vede un bagnante in difficoltà in mare.  
Qual'è il percorso che deve fare per raggiungerlo nel minor tempo possibile?



Un bagnino sulla spiaggia vede un bagnante in difficoltà in mare.  
Qual'è il percorso che deve fare per raggiungerlo nel minor tempo possibile?



Il percorso più breve (linea retta) non è il più veloce, perché

$$v_{\text{nuoto}} < v_{\text{corsa}}$$

Quindi il percorso più veloce si otterrà aumentando un po' il percorso sulla spiaggia e diminuendo quello in acqua (curva rossa)

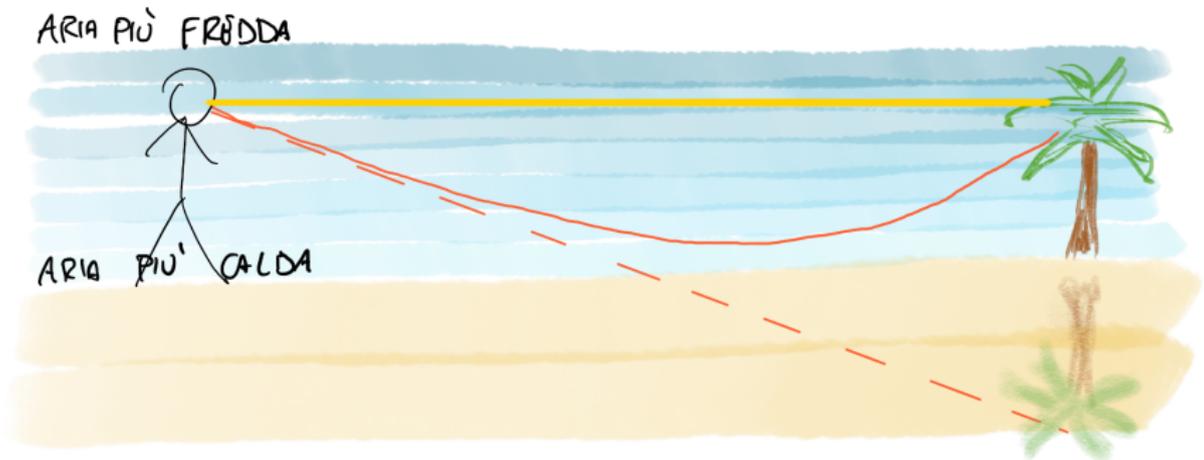
## Interludio tecnico: il principio di minimo tempo

Il problema del bagnino è un esempio di applicazione di un criterio (principio) di minimo: il minimo tempo.

Anche la luce segue un *principio di minimo tempo* nel propagarsi.

In altre parole, un raggio di luce per andare da un punto ad un altro “sceglie” il percorso che minimizza il tempo di percorrenza.

Esempio: il miraggio



## Interludio tecnico: il principio di minimo tempo

Il problema del bagnino è un esempio di applicazione di un criterio (principio) di minimo: il minimo tempo.

Anche la luce segue un *principio di minimo tempo* nel propagarsi.

In altre parole, un raggio di luce per andare da un punto ad un altro “sceglie” il percorso che minimizza il tempo di percorrenza.

Esempio: il miraggio



## Interludio tecnico: il principio di minimo tempo

Il problema del bagnino è un esempio di applicazione di un criterio (principio) di minimo: il minimo tempo.

Anche la luce segue un *principio di minimo tempo* nel propagarsi.

In altre parole, un raggio di luce per andare da un punto ad un altro “sceglie” il percorso che minimizza il tempo di percorrenza.

Esempio: il miraggio



È possibile esprimere le leggi fisiche in termini di un principio di minimo, il cosiddetto **principio di minima azione**.

L'azione  $S$  è una quantità definita in termini di una *lagrangiana*  $L$

$$S = \int dt L, \quad L = K - U$$

dove  $K$  è l'energia cinetica e  $U$  è l'energia potenziale.

Esempio: particella libera di massa  $m$ ,  $K = \frac{1}{2}mv^2$ ,  $U = 0$ ,

$$S = \frac{1}{2}m \int dt v^2(t)$$

Usando le tecniche matematiche del *calcolo delle variazioni* si trova che  $S$  è minima se

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{v}(t) = \text{costante}$$

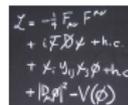
ovvero se il moto è un moto uniforme

Il principio di minima azione si presta bene per la formulazione delle leggi fisiche nel contesto della fisica moderna.

In contesto relativistico, l'azione si scrive

$$S = \int d^4x \mathcal{L} \quad d^4x = c dt dx dy dz$$

dove  $\mathcal{L}$  è una *densità lagrangiana* (quella sulle magliette...)


$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\not{\partial}\psi + \bar{\psi}c + \beta_x y_{ij} x_j \beta + h_c + \beta_x \beta_i^2 - V(\phi)$$

In questo caso si integra non solo sul tempo, ma su tutto lo spazio-tempo

La densità lagrangiana  $\mathcal{L}$  contiene tutte le informazioni sul sistema relativistico. Conoscendola, si può risolvere il moto del sistema usando le tecniche di calcolo variazionale. Quindi la densità lagrangiana  $\mathcal{L}$  è l'oggetto che si deve calcolare o costruire per determinare il sistema relativistico.

Un approccio più moderno è basato sul metodo dell'*integrale sui cammini* introdotto da Feynman nel 1942.

Riprendiamo le equazioni di Maxwell nel vuoto e senza sorgenti:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0 & \vec{\nabla} \wedge \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 & \vec{\nabla} \wedge \vec{B} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

Si può costruire un oggetto (detto tensore) con la seguente struttura

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c \\ E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

Questo tensore elettromagnetico è un oggetto *covariante relativistico* (si comporta bene dal punto di vista della relatività speciale).

Le equazioni di Maxwell si possono ricavare usando il principio di minima azione a partire da una densità lagrangiana scritta come

$$\mathcal{L}_{\text{rad}} = -\frac{1}{4} \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

L'inizio della maglietta!

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &+ i\bar{\psi} \not{\partial} \psi + \text{h.c.} \\ &+ \chi_i y_{ij} \chi_j \phi + \text{h.c.} \\ &+ |\mathcal{D}_{\mu} \phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}$$

I campi elettrici e magnetici possono essere derivati da “potenziali”  $\varphi$  e  $\vec{A}$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$$

Anche il tensore elettromagnetico  $F^{\mu\nu}$  si può scrivere in termini dei potenziali. Si definisce un quadripotenziale

$$A^\mu = (\varphi/c, A_x, A_y, A_z)$$

da cui

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$$

Questo vuol dire, ad esempio,

$$F^{01} = \frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{\partial(\varphi/c)}{\partial x} = -\frac{E_x}{c} \qquad F^{13} = \frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z} = B_y$$

Nota bene:

il campo  $A^\mu$  è più fondamentale di  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  (effetto di Aharonov-Bohm).

Nella teoria quantistica,  $A^\mu$  è il campo del **fotone**.

La lagrangiana  $\mathcal{L}_{\text{rad}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$  descrive solo la *radiazione* elettromagnetica. Per una teoria completa è necessario includere anche la *materia*, che interagisce con la radiazione.

È possibile tradurre la corrente  $\vec{J}$  e la densità di carica  $\rho$  in una corrente quadridimensionale  $J^\mu = (c\rho, J_x, J_y, J_z)$  e scrivere l'interazione tra materia e radiazione attraverso questa quadricorrente:

$$\mathcal{L}_{\text{mat}} = -\sum_{\mu=0}^3 J^\mu A_\mu$$

Dalla lagrangiana completa dell'elettromagnetismo,

$$\mathcal{L}_{\text{EM}} = -\frac{1}{4}\sum_{\mu=0}^3\sum_{\nu=0}^3 F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \sum_{\mu=0}^3 J^\mu A_\mu$$

si trovano, usando il principio di minima azione, le equazioni di Maxwell e la forza di Lorentz

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

Tuttavia, a livello quantistico, non vogliamo parlare di correnti, ma delle singole particelle che le compongono.

Dobbiamo perciò introdurre i campi  $\psi$  per le particelle cariche: gli elettroni.

Gli elettroni sono particelle diverse dai fotoni, in particolare hanno **spin**  $\frac{1}{2}$ , che è una proprietà intrinseca della particella legata al modo in cui si trasforma per rotazioni.

Essi sono quindi descritti da una lagrangiana diversa, introdotta da Dirac

$$\mathcal{L}_{\text{mat}} = \bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - e\gamma_{\mu}A^{\mu} - m)\psi$$

che descrive la propagazione libera di elettroni di massa  $m$  e carica  $e$  e la loro interazione coi fotoni.

( $\gamma_{\mu}$  sono le matrici di Dirac)

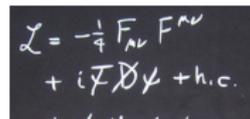
Unendo la radiazione e la materia si ottiene la lagrangiana della QED (quantum electro-dynamics)

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - e\gamma_{\mu}A^{\mu} - m)\psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$$

che descrive la dinamica di

$A^{\mu}$ : fotone

$\psi$ : elettrone di massa  $m$  e carica elettrica  $e$


$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\not{\partial}\psi + h.c.$$

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - e\gamma_{\mu}A^{\mu} - m)\psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$$

$$-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} : \text{●} \text{---} \text{wavy line} \text{---} \text{●}$$

$$\bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - m)\psi : \text{●} \text{---} \text{arrow} \text{---} \text{●}$$

$$-e\bar{\psi}\gamma_{\mu}A^{\mu}\psi : \begin{array}{c} \text{wavy line } \gamma \\ \text{●} \\ \text{arrow} \quad \text{arrow} \end{array}$$

I diagrammi di Feynman sono degli strumenti per calcolare delle quantità osservabili in teoria dei campi, e non hanno un significato fisico.

Tuttavia sono utili per schematizzare cosa succede a livello di interazione.

È quindi possibile immaginare che rappresentino l'evoluzione nel tempo di un qualche processo, ma questa interpretazione va presa con molta cautela.

La lagrangiana della QED ha una simmetria, ovvero esiste una trasformazione dei campi sotto l'azione della quale la lagrangiana non cambia.

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - e\gamma_{\mu}A^{\mu} - m)\psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$$

Simmetria *globale* (la stessa per ogni punto dello spaziotempo):

$$\psi(x) \rightarrow e^{ie\theta}\psi(x)$$

Vale anche a livello *locale*, purché pure il fotone trasformi:

$$\begin{aligned}\psi(x) &\rightarrow e^{ie\theta(x)}\psi(x) \\ A^{\mu}(x) &\rightarrow A^{\mu}(x) - \partial^{\mu}\theta(x)\end{aligned}$$

Per ottenere tutta la lagrangiana della QED è possibile partire dalla pura materia

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - m)\psi$$

osservare le sue simmetrie globali, e promuoverle a locali (*gauge*). Per questo ultimo step è *necessario* introdurre il campo del fotone (detto campo di gauge) e aggiungere tutti i termini “mancanti” alla lagrangiana.

Nella teoria dei campi questo è il metodo con cui vengono introdotte le interazioni:

- si parte da campi di materia (spin  $\frac{1}{2}$ , *fermioni*)
- si stabiliscono le sue simmetrie globali
- alcune vengono promosse a locali
- per ogni simmetria locale viene introdotto un campo (spin 1, *bosoni*) per compensare la trasformazione
- viene aggiunta un termine cinematico per i campi di gauge ( $-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ )

Le interazioni sono univocamente determinate dalle simmetrie della teoria!

Importante: **i mediatori delle interazioni (campi di gauge) hanno massa nulla.**

Si tende a parlare di quattro *forze* fondamentali...

In realtà, il termine forza è specifico e rappresenta la causa del moto.

L'interazione è un concetto più generale, e nel contesto della teoria dei campi rappresenta la possibilità delle particelle di comunicare tra loro e di trasformarsi.

In teoria dei campi le interazioni sono mediate a loro volta da particelle...

Le forze interazioni fondamentali sono

	intensità relativa	raggio d'azione	mediatori
elettromagnetica	1	$\infty$	fotoni
forte	$10^2$	$10^{-15}$ m	gluoni
debole	$10^{-3}$	$10^{-18}$ m	W, Z
gravitazionale	$10^{-36}$	$\infty$	gravitoni?

Le prime tre sono descritte dal MODELLO STANDARD

La quarta è molto diversa, ed è descritta dalla relatività generale [Einstein 1916]

Il Modello Standard è una teoria di campo basata sulla simmetria

$$SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$$